УДК 519.81(075.8)

https://doi.org/10.15407/fmmit2026.42.132

Гра в умовах поєднання ризику і невизначеності

Євген Лапшин[1], Олександр Шевченко[2]

[1]доктор технічних наук, старший науковий співробітник, відділ екології освоєння природних ресурсів, Інститут геотехнічної механіки ім. М.С. Полякова НАН України (ІГТМ НАН України), Дніпро, Україна, e-mail: 19481948les@gmail.com

[2]доктор технічних наук, старший науковий співробітник, відділ геомеханічних основ технологій відкритої розробки родовищ, Інститут геотехнічної механіки ім. М.С. Полякова НАН України (ІГТМ НАН України), Дніпро, Україна, e-mail:igtm.aishevchenko@gmail.com

Розглянуто завдання визначення оптимальної стратегії за умов конфлікту. Предмет досліджень – гра з природою в умовах поєднання ризику та невизначеності. Розглянуто дві ситуації. Перша, на ймовірності станів природи не впливають стратегії. Друга, ймовірності залежить від стратегій. Матриця гри приведена до двоблочної матриці. У першому блоці перебувають виграші, для яких відомі ймовірності станів природи, а у другому, виграші з невизначеними станами. Для кожної стратегії в першому та другому блоках обчислюють середні арифметичні виграшів, при цьому для другого блоку використовують принцип недостатньої основи Лапласа. Оптимальну стратегію визначено за критерієм Вальда, при якому досягається максимальне значення середніх арифметичних виграшів по обох блоках. При обчисленні критерію середні арифметичні для другого блоку зважуються на ймовірність появи невизначених станів природи. Доведено, що ранжування стратегій з допомогою критерію Байєса залежить від ймовірності появи невизначених станів природи.

Ключові слова: гра, природа, ризик, невизначеність, критерій Вальда

Вступ. "Життя – це процес прийняття рішення" твердження, наведене в роботі [1], в якій викладено основи теорії прийняття рішень, не викликає сумніву. Визначення оптимального вирішення у конфліктній ситуації виробляють методами теорії ігор. Класифікацію ігор наведено в [1–4].

Уланський В. і Раза А. відзначають [4]: «Класичні критерії оптимальності Байєса, Вальда і Севіджа застосовні або для умов повної апріорної визначеності, або для умов повної апріорної невизначеності. Критерії Гурвіца і Лапласа суб'єктивні, оскільки вимагають або вибору значення песимістично-оптимістичного індексу, або рівності всіх ймовірностей станів природи». Далі, «класичні критерії оптимальності не розглядають випадок часткової апріорної невизначеності, коли частина апріорних ймовірностей станів природи відома, а інша частина невідома». У зв'язку з цим запропоновано критерій, який автори назвали частково мінімаксним. Проте він не враховує особливості розподілу виграшів за станами природи з невідомими ймовірностями. У роботі [5] відзначається різноманіття невизначеностей, яке «пояснюється багатогранністю причин та факторів їх виникнення».

Мета роботи – визначення оптимальної стратегії у ситуації, коли відомі ймовірності лише для частини станів природи, а для інших станів має місце невизначеність.

Предмет досліджень – гра з природою в умовах поєднання ризику та невизначеності.

1. Методологія досліджень.

У цьому дослідженні були використані такі методи: аналітичний огляд літературних джерел; методи теорії ігор. Під час аналізу стану питання використані інформаційні ресурси Інтернет-мережі.

Досягнення поставленої мети вирішувалися такі **задачі:**

– розглянути завдання визначення оптимальної стратегії за умов конфлікту;

– розглянути дві ситуації: перша, на ймовірність станів природи не впливають стратегії; друга, ймовірність залежить від стратегій;

– для кожної стратегії обчислити середні арифметичні виграші;

– визначити оптимальну стратегію;

– визначити від чого залежить ранжування стратегій.

2. Основні результати.

2.1. Формулювання задачі. Особа, яка приймає рішення, має *m* стратегій S_i, а у природи *n* станів. Відомі значення виграшів a_{ij} при *i* - ій стратегії S_i $\left(i=\overline{1,m}\right)$ і *j* – ому стані природи $\left(j=\overline{1,n}\right)$. Ці елементи утворюють матрицю гри.

При визначенні оптимальної стратегії в ситуації, коли відомі ймовірності тільки для частини станів природи, а для інших станів має місце невизначеність, розрізнятимемо два типи поєднань ризику та невизначеності (ПРН):

Перший тип. Для всіх стратегій відомі ймовірності p_1, p_2, … p_{n_p} тільки n_p станів природи $\left(n_p < n\right)$, а для $n-n_p$ – невідомі.

Другий тип. Для різних стратегій i ймовірності станів природи змінюються. У цьому випадку ймовірності станів природи позначимо p_{i1}, p_{i2}, … p_{in_p}. Ці типи відповідно позначимо ПРН-1 і ПРН-2, а також будемо використовувати термін гра в умовах ПРН-1 і ПРН-2.

На рис. 1 схематично зображені матриці гри при різних поєднаннях ризику та невизначеності.

	$j = 1$	$j = 2$	$j = 3$	$j = 4$
$i = 1$	Н	**В**	Н	**В**
$i = 2$	Н	**В**	Н	**В**
$i = 3$	Н	**В**	Н	**В**

а)

	$j = 1$	$j = 2$	$j = 3$	$j = 4$
$i = 1$	**В**	**В**	Н	Н
$i = 2$	Н	**В**	Н	**В**
$i = 3$	**В**	Н	Н	Н

б)

Рисунок 1– Матриці гри при різних поєднаннях ризику та невизначеності:
а) та б) – перший і другий тип;
В – відомі ймовірності станів природи; Н – невідомі ймовірності

2.2. Розглянемо перший тип поєднання.

При побудові матриці виграшів $\mathbf{A}$ доцільно впорядкувати стани природи: спочатку вказуються стани з відомими ймовірностями, а потім – з невідомими. Така структуризація дозволяє представити матрицю виграшів у блочному вигляді

$$\mathbf{A} = \left[\mathbf{P}_{11} \quad \mathbf{U}_{12}\right], \qquad (1)$$

де $\mathbf{P}_{11} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n_p} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n_p} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn_p} \end{bmatrix}$, $\mathbf{U}_{12} = \begin{bmatrix} a_{1,n_p+1} & a_{1,n_p+2} & \dots & a_{1n} \\ a_{2,n_p+1} & a_{2,n_p+2} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m,n_p+1} & a_{m,n_p+2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix}$.

Позначення блоків від англійських слів **probability** – ймовірність і **uncertainty** – невизначеність. Характеристики, обчислені за блоками $\mathbf{P}_{11}$ і $\mathbf{U}_{12}$, будемо записувати з верхніми індексами P і U. Імовірність станів природи для блоку $\mathbf{P}_{11}$

$$p^P = \sum_{j=1}^{n_p} p_j \ .$$

Оскільки всі стани природи утворюють повну групу, то ймовірність впливу станів природи, згрупованих у блоці $\mathbf{U}_{12}$

$$p^U = 1 - p^P .$$

Якщо p^P *значно більше* p^U, то домінує блок $\mathbf{P}_{11}$ і завдання визначення оптимальної стратегії зводиться до ситуації ризику. При цьому для дотримання умови $p^P + p^U = 1$ (умова нормування) ймовірність, що нехтується, p^U слід перерозподілити за ймовірностями $p_j \left(j = \overline{1,n} \right)$ в такий спосіб

$$p'_j = p_j \big/ p^P \ .$$

Тут штрих означає ймовірності, які отримані з урахуванням припущення про незначність впливу блоку $\mathbf{U}_{12}$. Якщо ж p^P *значно менше* p^U, то домінує блок $\mathbf{U}_{12}$ і завдання визначення оптимальної стратегії зводиться до ситуації невизначеності.

Перейдемо до розгляду гри, в якій істотна роль як блоку $\mathbf{P}_{11}$, так і блоку $\mathbf{U}_{12}$. У ситуації ризику, коли відомі ймовірності $p_j \left(j = \overline{1,n} \right)$ всіх станів природи, застосовують критерій Байєса [1]. Для кожної стратегії S_i^P блоку $\mathbf{P}_{11}$ визначимо середні арифметичні виграшів

$$\left\langle a_i \right\rangle^P = \sum_{j=1}^{n_P} p_i \, a_{ij} \ . \qquad (2)$$

Оптимальна стратегія за критерієм Байєса та, для якої середнє максимальне

$$Ba^P = \max_i \left\langle a_i \right\rangle^P . \qquad (3)$$

Для узагальнення виграшів у блоці $\mathbf{U}_{12}$, використовуючи принцип недостатньої основи Лапласа [6, 7], обчислимо середні арифметичні

$$\langle a_i \rangle^U = \frac{1}{n-n_p} \sum_{j=n_p+1}^{n} a_{ij} \,, \quad \left(i = n_p+1, n_p+2, ..., n \right).$$

Вплив $\langle a_i \rangle^U$ на вибір стратегії врахуємо «зважуванням» на ймовірність p_i^U. Тоді середні виграшів за стратегіями матриці **A**

$$\langle a_i \rangle^A = \langle a_i \rangle^P + p_i^U \langle a_i \rangle^U \,, \tag{4}$$

де $A-$ індекс, що вказує на належність до матриці. З урахуванням (4) критерій Байєса представимо у вигляді

$$Ba^A = \max_i \langle a_i \rangle^A \,. \tag{5}$$

Запропоновано за формулою (5) визначати оптимальну стратегію в умовах поєднання ризику та невизначеності.

2.3. Порівняємо обрані стратегії у двох ситуаціях.

Перша, відомі ймовірності для всіх n станів природи (класична ситуація).

Друга, відомі ймовірності тільки n_p станів природи $\left(n_p < n \right)$.

Враховуючи (4), визначимо на скільки відрізняються середні значення виграшів для цих ситуацій

$$\varsigma_i = \langle a_i \rangle^A - \langle a_i \rangle = \frac{1}{n-n_p} \left(1 - \sum_{j=1}^{n_p} p_j \right) \sum_{j=n_p+1}^{n} a_{xj} - \sum_{j=n_p+1}^{n} p_j a_{xj} \,.$$

де $\langle a_i \rangle$ — середнє арифметичне виграшів, яке обчислюється за формулою (2) при $n_p = n$.

У всіх випадках, крім $n_p = n-1$, $\varsigma_i \neq 0$, тобто має місце зміщена оцінка середніх. Покажемо, що $\varsigma_i \neq 0$, не впливає на ранжування стратегій. Для першої ситуації за класичним критерієм Байєса

$$Ba = \max_i \langle a_i \rangle \tag{6}$$

порівняємо дві довільні стратегії, яким замість i надаємо індекси x і y. Для другої ситуації виконаємо порівняння за модифікованим критерієм (5) і визначимо, чи збережеться перевага однієї стратегії над іншою. Середні значення виграшів за відомих ймовірностях усіх станів природи обчислюються за формулою (2) при $n_p = n$

$$\langle a_x \rangle = \sum_{j=1}^{n} p_j a_{xj} \ , \ \langle a_y \rangle = \sum_{j=1}^{n} p_j a_{yj} \ .$$

Перевага однієї стратегії над іншою характеризуватимемо різницею середніх

$$\xi = \langle a_x \rangle - \langle a_y \rangle = \sum_{j=1}^{n} p_j \left(a_{xj} - a_{yj} \right). \qquad (7)$$

Нехай відомо лише n_p ймовірностей станів природи. За формулою (4) маємо

$$\langle a_x \rangle^A = \sum_{j=1}^{n_p} p_j a_{xj} + \frac{1}{n - n_p} \left(1 - \sum_{j=1}^{n_p} p_j \right) \sum_{j=n_p+1}^{n} a_{xj} \ ,$$

$$\langle a_y \rangle^A = \sum_{j=1}^{n_p} p_j a_{yj} + \frac{1}{n - n_p} \left(1 - \sum_{j=1}^{n_p} p_j \right) \sum_{j=n_p+1}^{n} a_{yj} \ .$$

Їхня різниця

$$\xi^A = \langle a_x \rangle^A - \langle a_y \rangle^A = \sum_{j=1}^{n_p} p_j \left(a_{xj} - a_{yj} \right) + \frac{1}{n - n_p} \left(1 - \sum_{j=1}^{n_p} p_j \right) \sum_{j=n_p+1}^{n} \left(a_{xj} - a_{yj} \right). \qquad (8)$$

Оскільки в (7) і (8) входять одні й ті самі різниці $a_{xj} - a_{yj}$, а множники перед ними (8) позитивні, то

$$\operatorname{sgn} \xi = \operatorname{sgn} \xi^A ,$$

де sgn – функція індикатор знака (від лат. **signum** – знак).

Звідси висновок: запропонована формула (5) правильно характеризує співвідношення між середніми виграшами різних стратегій.

Якщо гра полягає в мінімізації втрат, то описаний підхід залишається чинним. Тільки критерій Байєса слід визначати за мінімальним середнім.

2.4. Розгляду другого типу поєднання ризику та невизначеності, коли ймовірності p_j станів природи залежить від стратегії i, тобто p_{ij}.

Введемо позначення:

Ω– множина, що складається з a_{ij}, для яких відомі ймовірності станів природи.

$\bar{\Omega}$– множина, що складається з a_{ij}, для яких невідомі ймовірності станів природи,

$In_{ij} = \begin{cases} 1 \, npu \, a_{ij} \in \Omega, \\ 0 \, npu \, a_{ij} \notin \Omega \end{cases}$ і $\overline{In}_{ij} = \begin{cases} 1 \, npu \, a_{ij} \in \bar{\Omega}, \\ 0 \, npu \, a_{ij} \notin \bar{\Omega} \end{cases}$ – індикатори, що характеризують приналежність до множини Ω и $\bar{\Omega}$.

Характеристики, обчислені за множинами Ω и $\bar{\Omega}$, будемо записувати з верхніми індексами Ω и $\bar{\Omega}$. Ймовірності p_{ij} незалежні, тому ймовірність отримати виграш за рахунок відомих ймовірностей станів природи

$$p_i^{\Omega} = \sum_{j=1}^{n} In_{ij} \, p_{ij} \, . \qquad (9)$$

Тоді ймовірність виграшу, що припадає на стани природи, ймовірності яких невідомі

$$p_i^{\bar{\Omega}} = 1 - p_i^{\Omega} = 1 - \sum_{j=1}^{n} In_{ij} \, p_{ij} \, . \qquad (10)$$

Для множини Ω середні значення виграшів під час реалізації i-ої стратегії обчислюються за формулою

$$\langle a_i \rangle^{\Omega} = \sum_{j=1}^{n} In_{ij} \, p_i a_{ij} \, , \quad (11)$$

яка враховує значення індикаторів. Узагальнення виграшів за множиною $\bar{\Omega}$ виконаємо на основі принципу недостатньої основи Лапласа [6], що дозволило обчислити середні арифметичні

$$\left\langle a_i \right\rangle^{\bar{\Omega}} = \frac{1}{\sum_{j=1}^{n} \bar{I}n_{ij}} \sum_{j=1}^{n} \bar{I}n_{ij} a_{ij} . \qquad (12)$$

Середнє значення виграшів для стратегії i знайдемо, підсумовуючи (11) та (12) з ваговим коефіцієнтом (10)

$$\left\langle a_i \right\rangle = \left\langle a_i \right\rangle^{\Omega} + p_i^{\bar{\Omega}} \left\langle a_i \right\rangle^{\bar{\Omega}} . \qquad (13)$$

З огляду на (13) оптимальну стратегію визначимо за критерієм Байєса. При розгляді ПРН-2 не вводилися обмеження на відносні положення даних про ймовірності та невизначеності, тому отриманий результат може бути застосований і до ПРН-1.

2.5. Приклади застосування.

Розглянемо **приклад 1**, який пояснює визначення оптимальної стратегії за умов ПРН-1.

Дано:

Чотири стани природи ($n = 4$) та три стратегії ($m = 3$). Матриця виграшів ($m \times n$) в умовних одиницях

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 5,6 & 4,5 \\ 3 & 3,3 & 4 & 3,6 \\ 5 & 6,8 & 3,3 & 2 \end{bmatrix} . \qquad (14)$$

Відомі ймовірності лише двох ($n_p = 2$) станів природи

$$\left. \begin{aligned} p_1 &= 0,10 \\ p_2 &= 0,35 \end{aligned} \right\} . \qquad (15)$$

Маємо такі блоки:

$$\mathbf{P}_{11} = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 3 & 3,3 \\ 5 & 6,8 \end{bmatrix}, \qquad \mathbf{U}_{11} = \begin{bmatrix} 5,6 & 4,5 \\ 4 & 3,6 \\ 3,3 & 2 \end{bmatrix} .$$

Обчислюючи по (4), отримаємо

$$\left\langle a_1\right\rangle^A = 0{,}1\cdot 1 + 0{,}35\cdot 4 + \frac{1}{4-2}\left(1-0{,}1-0{,}35\right)\left(5{,}6+4{,}5\right) = 4{,}2775\,,$$

$$\left\langle a_2\right\rangle^A = 0{,}1\cdot 3 + 0{,}35\cdot 3{,}3 + \frac{1}{4-2}\left(1-0{,}1-0{,}35\right)\left(4+3{,}6\right) = 3{,}545\,,$$

$$\left\langle a_3\right\rangle^A = 0{,}1\cdot 5 + 0{,}35\cdot 6{,}8 + \frac{1}{4-2}\left(1-0{,}1-0{,}35\right)\left(3{,}3+2\right) = \mathbf{4{,}3375}\,.$$

За критерієм Байєса оптимальна стратегія – третя (виділена жирним шрифтом). Для демонстрації не впливу зміщення $\varsigma_i \neq 0$ на ранжування стратегій припустимо, що ще відомі ймовірності

$$\left.\begin{array}{l} p_3 = 0{,}10 \\ p_4 = 0{,}45 \end{array}\right\}. \qquad (16)$$

Результат розрахунку середніх за формулою (2):

$$\left\langle a_1\right\rangle = 0{,}1\cdot 1 + 0{,}35\cdot 4 + 0{,}1\cdot 5{,}6 + 0{,}45\cdot 4{,}5 = 4{,}085\,,$$

$$\left\langle a_2\right\rangle = 0{,}1\cdot 3 + 0{,}35\cdot 3{,}3 + 0{,}1\cdot 4 + 0{,}45\cdot 3{,}6 = 3{,}475\,,$$

$$\left\langle a_3\right\rangle = 0{,}1\cdot 5 + 0{,}35\cdot 6{,}8 + 0{,}1\cdot 3{,}3 + 0{,}45\cdot 2 = \mathbf{4{,}11}\,.$$

Як для (12), так і (13) наслідки ранжирування стратегій зростання збігаються: друга, перша і третя. Оптимальна стратегія за критерієм Байєса, як і раніше – третя.

Приклад 2. Визначимо оптимальну стратегію за умов ПРН-2.

Дано: матриця виграшів (11), ймовірність станів природи $p_{11} = 0{,}1$, $p_{12} = 0{,}4$, $p_{23} = 0{,}6$, $p_{31} = 0{,}3$і $p_{34} = 0{,}5$. Виконуючи обчислення за формулами (6) – (10), отримаємо:

ймовірність виграшів за рахунок відомих ймовірностей станів природи

$$p_1^{\Omega} = 1\cdot 0{,}1 + 1\cdot 0{,}4 + 0\cdot p_{13} + 0\cdot p_{14} = 0{,}5\,,$$

$$p_2^{\Omega} = 0\cdot p_{21} + 0\cdot p_{22} + 1\cdot 0{,}6 + 0\cdot p_{24} = 0{,}6\,,$$

$$p_3^{\Omega} = 1\cdot 0{,}3 + 0\cdot p_{32} + 0\cdot p_{34} + 1\cdot 0{,}5 = 0{,}8\,.$$

Імовірності виграшу, що припадає на стан природи, ймовірності яких невідомі

$$p_1^{\bar{\Omega}} = 1 - 0,5 = 0,5,$$

$$p_2^{\bar{\Omega}} = 1 - 0,6 = 0,4,$$

$$p_3^{\bar{\Omega}} = 1 - 0,8 = 0,2.$$

Середнє по множині Ω

$$\langle a_1 \rangle^{\Omega} = 1 \cdot 0,1 \cdot 1 + 1 \cdot 0,4 \cdot 4 + 0 \cdot p_{13} \cdot 5,6 + 0 \cdot p_{14} \cdot 4,5 = 1,7,$$

$$\langle a_2 \rangle^{\Omega} = 0 \cdot p_{21} \cdot 3 + 0 \cdot p_{22} \cdot 3,3 + 1 \cdot 0,6 \cdot 4 + 0 \cdot p_{24} \cdot 3,6 = 2,4,$$

$$\langle a_3 \rangle^{\Omega} = 1 \cdot 0,3 \cdot 5 + 0 \cdot p_{32} \cdot 6,8 + 0 \cdot p_{34} \cdot 3,. + 1 \cdot 0,5 \cdot 2 = 2,5,$$

Середнє по множині $\bar{\Omega}$

$$\langle a_1 \rangle^{\bar{\Omega}} = \frac{1}{2}\left(0 \cdot 1 + 0 \cdot 4 + 1 \cdot 5,6 + 1 \cdot 4,5\right) = 5,05,$$

$$\langle a_2 \rangle^{\bar{\Omega}} = \frac{1}{3}\left(1 \cdot 3 + 1 \cdot 3,3 + 0 \cdot 4 + 1 \cdot 3,6\right) = 3,3,$$

$$\langle a_3 \rangle^{\bar{\Omega}} = \frac{1}{2}\left(0 \cdot 5 + 1 \cdot 6,8 + 1 \cdot 3,3 + 0 \cdot 2\right) = 5,05.$$

Середні за стратегіями

$$\langle a_1 \rangle = \langle a_1 \rangle^{\Omega} + p_1^{\bar{\Omega}} \langle a_1 \rangle^{\bar{\Omega}} = 1,7 + 0,5 \cdot 5,05 = \mathbf{4,225},$$

$$\langle a_2 \rangle = \langle a_2 \rangle^{\Omega} + p_2^{\bar{\Omega}} \langle a_2 \rangle^{\bar{\Omega}} = 2,4 + 0,4 \cdot 3,3 = 3,72,$$

$$\langle a_3 \rangle = \langle a_3 \rangle^{\Omega} + p_3^{\bar{\Omega}} \langle a_3 \rangle^{\bar{\Omega}} = 2,5 + 0,2 \cdot 5,05 = 3,51.$$

Маємо $\langle a_3 \rangle < \langle a_2 \rangle < \langle a_1 \rangle$. За критерієм Байєса оптимальна перша стратегія.

Уланський В. і Раза А. запропонували критерій [4]

$$US = \min_i \left(\sum_{j=1}^{n_p} a_{ij} p_j + p^U \max_{\omega} a_{i\omega} \right), \qquad (17)$$

i

де $\omega = \overline{n_p + 1, n}$. З порівняння критеріїв (5) і (17) випливає, що облік виграшів у блоці $\mathbf{U}_{12}$ з невідомими ймовірностями в (5) враховується шляхом усереднення виграшів, а в (17) тільки за максимальним виграшем.

Для демонстрації наслідку оцінки по $\max\limits_{\omega} a_{i\omega}$ розглянемо **приклад, наведений у [4]**.

Дано: п'ять станів природи ($n = 5$) та п'ять стратегій ($m = 5$), матриця виграшів

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 11,0 & 11,1 & 11,5 & 13,2 & 13,4 \\ 11,9 & 12,7 & 13,0 & 13,5 & 14,0 \\ 10,9 & 11,8 & 12,0 & 12,1 & 13,3 \\ 12,2 & 12,5 & 13,1 & 13,4 & 13,9 \\ 12,6 & 13,1 & 12,2 & 11,9 & 11,6 \end{bmatrix}.$$

Відомі ймовірності лише для трьох станів природи $p_1 = 0,30$, $p_2 = 0,20$ і $p_3 = 0,15$. Необхідно знайти стратегію, за якою досягається мінімальний виграш, оскільки за умовою тут виграш – витрати, які несе фірма. Сумарна ймовірність станів природи, що входять до блоку $\mathbf{U}_{12}$

$$p^U = 1 - (0,30 + 0,20 + 0,15) = 0,35 .$$

За формулою (17) для стратегій маємо

$$US_1 = \mathbf{11,935}\ ,\ US_2 = 12,960\ , US_3 = 12,085\ ,\ US_4 = 12,990\ ,\ US_5 = 12,395\ .$$

Стратегія з мінімальним критерієм виділена жирним шрифтом. Виконаємо ранжування за зростанням

$$US_1 = \mathbf{11,935}\ ,\ US_3 = 12,085\ ,\ US_5 = 12,395\ ,\ US_2 = 12,960\ ,\ US_4 = 12,990\ .$$

отримаємо ряд стратегій переваги. З цього випливає, що стратегії, якіспадні за перевагою, слід розташувати в такій послідовності S_1, S_3, S_5, S_2, S_4.

Визначимо чи вплине на порядок переваг стратегій складові ймовірності p^U. Довільно поставимо такі значення: $p_4 = 0,23$, $p_5 = 0,12$. Обчислимо критерії Байєса для стратегій та ранжуємо їх за зростанням

$$Ba_3 = \mathbf{11,809},\ Ba_1 = 11,889,\ Ba_5 = 12,359,\ Ba_2 = 12,845,\ Ba_4 = 12,875.$$

Отримуємо іншу послідовність стратегій, що спадають за перевагою S_3, S_1, S_5, S_2, S_4. Таким чином, на відміну від запропонованого у статті критерію (5) відомий критерій (17) із зміною складових ймовірності p^U змінює порядок переваг стратегій, що може призвести до нераціонального ухвалення рішення.

Висновки.

Показано доцільність подання матриці гри у вигляді двоблочної матриці. У першому блоці перебувають виграші, для яких відомі ймовірності станів природи, тоді як у другому виграші з невизначеними станами.

Оптимальну стратегію визначено за критерієм Вальда, при якому досягається максимальне значення середніх арифметичних виграшів по обох блоках. При обчисленні критерію середні арифметичні для другого блоку зважуються на ймовірність появи невизначених станів природи.

Доведено, що ранжування стратегій з допомогою критерію Байєса залежить від ймовірності появи невизначених станів природи.

Подальші дослідження будуть спрямовані на аналіз гри із інтервальними даними.

Література

[1]*Волошин О.Ф., Мащенко С.О.* Моделі та методи прийняття рішень:навч. посіб. для студ. вищ. навч. закл. // 2-ге вид., перероб. та допов. – К. : Видавничо-поліграфічний центр Київський університет.– 2010. – 336 с.

[2]*Шиян А.А.*Теорія ігор: основи та застосування в економіці та менеджменті. Навчальний посібник.–Вінниця: ВНТУ. – 2009. – 164 с.

[3]*Prisner E.* Game Theory Through Examples.– Franklin University Switzerland. – 2014. – 284 с.

[4]*Ulansky V., RazaA.*Generalization of minimax and maximin criteria in a game against nature for the case of a partial a priori uncertainty // Heliyon. – 2021. – Jul. 7(7).– P. 1–6.

[5]*Прокопенко Т.О.*Класифікаціяневизначеностей в управлінніорганізаційно-технологічнимиоб'єктами//Информационные технологии и системы управления. – 2014. – №. 6/4 (20). – С. 23–25.

[6]*Моклячук М.П., ЯмненкоР.Є.*Теорія вибору та прийняття рішень. – К.: Видавничо-поліграфічний центр Київський університет.– 2013. – 527 с.

[7]*ПоловцевО.В.*Державнеуправліннярегіональнимрозвитком в умовахневизначеності: аналізпідходів до прийняттярішень //Теорія та практика державного управління і місцевого самоврядування. –2013. –№2. – Режим доступу: http://nbuv.gov.ua/UJRN/Ttpdu_2013_2_11

Playing in a combination of risk and uncertainty

Yevhen Lapshyn, Oleksandr Shevchenko

The problem of determining the optimal strategy under conflict conditions is considered. The subject of research is a game with nature in conditions of a combination of risk and uncertainty. Two situations are considered. First, the probability of states of nature is not affected by strategies. Second, the probability depends on strategies. The game matrix is reduced to a two-block matrix. The first block contains wins for which the probabilities of states of nature are known, while the second block contains wins with uncertain states. For each strategy, the arithmetic mean wins are calculated in the first and second blocks, while the principle of Laplace's insufficient basis is used for the second block. The optimal strategy is determined by the Wald criterion, which achieves the maximum value of the arithmetic mean wins for both blocks. When calculating the criterion, the arithmetic means of the second block are weighted by the probability of the occurrence of uncertain states of nature. It is proved that the ranking of strategies using the Bayes criterion depends on the probability of the occurrence of uncertain states of nature.