

<https://doi.org/10.15407/fmmit2025.41.93>

Визначення концентрації та абсорбції домішкових мікрочастинок у пористому тілі при переміщенні у ньому рідини

Богдан Гера

д. т. н., професор, ІППММ ім. Я. С. Підстригача НАН України, вул. Наукова, 3 б, Львів, Україна,
e-mail: gera-zen@ukr.net

Запропоновано формулювання задачі про визначення функцій концентрації домішкових компонент при конвективному їх перенесенні в однорідному пористому тілі та густини розподілу абсорбованих мікрочастинок до досягнення гранично допустимої межі. З використанням операційних методів отримано розв'язок одновимірної початково-крайової задачі в області півпростору при заданій постійній концентрації мікрочастинок на границі. Приведено результати обчислень концентрації та густини абсорбованих матрицею тіла мікрочастинок при малих значеннях коефіцієнта дифузії, а також при її відсутності, проведено аналіз отриманих результатів.

Ключові слова: концентрація мікрочастинок, абсорбція, дифузія, адвекція.

Вступ. Перенесення з рідиною мікрочастинок у пористому тілі супроводжується дифузією та їх адвекцією у порах. Співвідношення швидкості перенесення та коефіцієнта дифузії може змінити характер процесу та суттєво вплинути на вигляд функції концентрації. Абсорбція у свою чергу визначається концентрацією та механізмами осідання мікрочастинок на скелеті. При цьому густина абсорбованих частинок має допустиму межу у пористому тілі. Це відображається при формулюванні задачі адвекції-дифузії-сорбції мікрочастинок у пористому тілі з метою визначення часу виходу густини абсорбції на допустимий рівень, коли припиняється процес абсорбції на частині скелету області тіла.

Математичне моделювання масоперенесення домішкових компонент у проникному тілі з використанням континуально-термодинамічного підходу проведено в роботах [1,2], де також сформульовані та розв'язані відповідні задачі дифузії та гетеродифузії домішок для просторово розділених областей, запропоновані ефективні характеристики процесу перенесення з переходом домішкових частинок при взаємодії взаємопов'язаних конвективних потоків. Отримані математичні моделі послужили для постановки оригінальних задач термодифузії речовини у багатокомпонентних системах та розв'язанню

відповідних контактних-крайових задач з урахуванням розпаду мігруючої речовини типу хімічних реакцій у шаруватих тілах і з двома шляхами міграції.

Формулювання та розв'язки задач – аналітичні та чисельні, що описують процеси дифузії-адвекції, а також включають сорбцію присутні у багатьох роботах. Більшість існуючих аналітичних розв'язків для задач адвекції та дифузії, включаючи проблеми з накопиченням і розпадом, стосуються півнескінчених або нескінчених областей, причому розв'язки для скінчених областей здебільшого обмежені одновимірними задачами.

Так у роботі [3] використано перетворення Лапласа для отримання аналітичного розв'язку рівняння перенесення з реакцією розпадної речовини, а в [4] отримано формальний точний розв'язок лінійного рівняння адвекції-дифузії з постійними коефіцієнтами як для перехідних, так і для стаціонарних режимів. Запропонована методологія використовує заміну змінних у поєднанні з класичною версією методу узагальненого інтегрального перетворення.

У статті [5] представлено загальний метод розв'язування зв'язаних багатовимірних рівнянь перенесення з включенням реакції. Запропонований метод може бути використаний для розв'язання задач, що описують кінетичні взаємодії та різні додаткові фактори затримки. Процес розв'язання використовує перетворення Лапласа та етапи лінійного перетворення. Методика апробована отриманням явного аналітичного розв'язку задачі перенесення з перетвореннями домішкових частинок і для ілюстрації розв'язані як одновимірні, так і двовимірні задачі.

У роботі [6] сформульовано постановку задачі конвективної дифузії при фільтрації води в пористому середовищі за умов обмеженої сорбції. У рівнянні дифузії-конвекції сорбція описана нелінійними джерелами. Отримано розв'язок задачі з використанням функцій Гріна та проведено аналіз концентрації домішкових мікрочастинок, зокрема при досягненні граничних значень сорбції в окремих підобластях тіла.

Розв'язання задач адвективно-дифузійного масоперенесення продовжують викликати інтерес при вирішенні багатьох технічних завдань пов'язаних з тепло-та масообміном забруднюючих речовин у повітрі, ґрунті та воді. Вони корисні для надання початкового або приблизного аналізу альтернативних сценаріїв забруднення, проведення аналізу чутливості для дослідження впливу різних параметрів або процесів на перенесення забруднюючих речовин.

Математичні моделі, що описують адвекцію та дифузію у пористих тілах поєднують детерміновані і стохастичні процеси, тому викликає інтерес встановити співвідношення їх впливу на концентрацію домішкових частинок, а також внесок у абсорбцію частинок на скелеті тіла. Крім того для обчислення густини абсорбованих частинок часто використовується числове інтегрування, яке може виявитися непрактичним при великих часах і відстанях, що зумовлює інтерес до аналітичних розв'язків, з можливістю отримання інтегралів у замкнутій формі. У даній роботі отримано аналітичні формули розв'язків одновимірних задач і приділено увагу процесам перенесення мікрочастинок у пористому тілі, коли дифузія має малу ефективність у порівнянні зі швидкістю

перенесення. Досліджується можливість знехтувати дифузією в процесі перенесення та абсорбції мікрочастинок.

1. Формулювання задачі масоперенесення і абсорбції мікрочастинок.

Рідина, з домішковими мікрочастинами проникає через поверхню в пористе тіло і поширюється завдяки адвекції та дифузії. Вживаючи термін домішкові частинки маємо також на увазі, що моделювання перенесення розчинених речовин у пористих середовищах також дозволяє представлення маси розчиненої речовини великою кількістю мікрочастинок. Тобто це стосується як цілісних частинок у рідині, так і розчиненої речовини.

Концентрація частинок в потоці визначається величиною впливу адвекції та дифузії, а також залежить від їх сорбції на скелеті пористого тіла. Далі розглядатимемо лише абсорбцію, тобто поступовий перехід частинок у зв'язаний стан і зменшення їх кількості у рідині, що переміщається у тілі. Цей ефект можна моделювати введенням розподілених в тілі стоків частинок. Зворотній ефект повернення мікрочастинок у рідину тут не розглядається. Абсорбцію частинок з рідини вважаємо пропорційною їх концентрації в рідині, тобто стоки лінійно залежить від величини концентрації. Спочатку визначимо функцію концентрації мікрочастинок, що відповідає вказаним механізмам.

Розглядаємо рівняння адвекції-дифузії-сорбції в області півпростору у вигляді

$$\frac{\partial C(x,t)}{\partial t} = D \frac{\partial^2 C(x,t)}{\partial x^2} - u \frac{\partial C(x,t)}{\partial x} - \kappa C(x,t), \quad 0 < x < \infty, \quad t > 0, \quad (1)$$

Тут позначено $C(x,t)$ залежну від координати x і часу t функцію масової концентрації домішкових частинок у рідині, D – коефіцієнт дифузії, u – швидкість конвективного перенесення частинок потоком рідини, κ – коефіцієнт сорбції.

На поверхні півпростору $x=0$ маємо постійне проникнення рідини з постійною концентрацією частинок у пористе тіло, а у початковий момент часу домішкові частинки в тілі відсутні. Тоді рівняння (1) розглядаємо з граничними умовами

$$C(x,t) = C_0, \quad x = 0, \quad (2)$$

$$\frac{\partial C(x,t)}{\partial x} \rightarrow 0, \quad x \rightarrow \infty \quad (3)$$

і однорідною початковою умовою

$$C(x,t) = 0, \quad t = 0, \quad (4)$$

Якщо значення коефіцієнтів у рівнянні (1) відомі, отримуємо початково-крайову задачу (1)-(4) для визначення функції $C(x,t)$. Тоді густину абсорбованих частинок $\rho(x,t)$ за заданий проміжок часу $[0;t]$ визначаємо за формулою

$$\rho(x, t) = \kappa \int_0^t C(x, t) dt \quad (5)$$

У ході процесу кількість частинок у потоці зменшується, бо вони стають зв'язаними зі скелетом тіла. У самому тілі їх розподілена густина за час t може значно перевищувати концентрацію в потоці перенесення. Проте у пористому тілі є межа величини абсорбції частинок з рідини. Позначимо через ρ_* максимальне допустиме значення $\rho(x, t)$, тобто ще має виконуватися умова

$$\rho(x, t) \leq \rho_* \quad (6)$$

Якщо у момент часу $t = t_*$ у деяких точках області тіла досягається граничне значення $\rho(x, t_*) = \rho_*$, то з того моменту часу і далі у частині області тіла, що містить ці точки матимемо постійне максимальне значення функції $\rho(x, t) = \rho_*$. Тут абсорбція припиняється і у рівнянні (1) коефіцієнт κ приймається рівним нулю.

Зауважимо, що рівняння типу (1) було також використано для визначення температурного поля у тонкому теплопровідному стержні, що рухається з постійною швидкістю на бічній поверхні якого відбувається теплообмін з оточуючим середовищем [7], тобто воно також може вважатися рівнянням теплопровідності та теплоперенесення.

2. Розв'язок початково-крайової задачі.

Застосуємо перетворення Лапласа $c_L(x, s) = \int_0^\infty C(x, t) e^{-st} dt$ до рівняння (1) з

нульовою початковою умовою і отримаємо рівняння для функції зображення

$$D \frac{d^2 c_L(x, s)}{dx^2} - u \frac{dc_L(x, s)}{dx} - \kappa c_L(x, s) = s c_L(x, s), \quad 0 < x < \infty \quad (7)$$

а також граничні умови, що відповідають (2), (3)

$$c_L(x, s) = \frac{C_0}{s}, \quad \text{при } x = 0 \quad \text{і} \quad \frac{\partial c_L(x, s)}{\partial x} \rightarrow 0, \quad \text{якщо } x \rightarrow \infty \quad (8)$$

Представимо розв'язок (7) у вигляді $c_L(x, s) = \frac{C_0}{s} e^{\lambda x}$. Для визначення λ запишемо характеристичне рівняння $D\lambda^2 - u\lambda - \kappa - s = 0$ звідки отримуємо два значення

$$\lambda_{1,2} = \frac{u}{2D} \pm \frac{1}{\sqrt{D}} \sqrt{\frac{u^2}{4D} + \kappa + s}.$$

Гранична умова на безмежності не виконується для першого з них – λ_1 і розв'язок рівняння (7), що задовольняє умови (8) запишемо, використовуючи λ_2 , у вигляді:

$$c_L(x, s) = \frac{C_0}{s} \exp \left(\frac{u}{2D} x - \frac{x}{\sqrt{D}} \sqrt{s + \frac{u^2}{4D} + \kappa} \right). \quad (9)$$

Застосувавши формули оберненого перетворення [8] до формули (9) отримуємо функцію $C(x, t)$ у вигляді

$$C(x, t) = \frac{C_0}{2} \left[\exp \left(\frac{u - \sqrt{u^2 + 4D\kappa}}{2D} x \right) \operatorname{erfc} \left(\frac{x - t\sqrt{u^2 + 4D\kappa}}{2\sqrt{Dt}} \right) + \exp \left(\frac{u + \sqrt{u^2 + 4D\kappa}}{2D} x \right) \operatorname{erfc} \left(\frac{x + t\sqrt{u^2 + 4D\kappa}}{2\sqrt{Dt}} \right) \right]. \quad (10)$$

Формула (10) застосовна якщо $\kappa \neq 0$ і при $\kappa = 0$. Прийнято подавати різні способи запису розв'язку задачі зважаючи на обмеження математичної моделі.

3. Окремі випадки

Відома формула, що описує зміну концентрації домішки в потоці в процесі адвекції та дифузії, що представлена в роботі [9] випливає з (10) при $\kappa = 0$:

$$C(x, t) = \frac{C_0}{2} \left[\operatorname{erfc} \left(\frac{x - ut}{2\sqrt{Dt}} \right) + \exp \left(\frac{ux}{D} \right) \operatorname{erfc} \left(\frac{x + ut}{2\sqrt{Dt}} \right) \right], \quad (11)$$

Ця формула задає основні властивості функції концентрації домішок і часто зустрічається в літературі.

Для півпростору з нульовими початковими умовами, на поверхні якого концентрація зберігається постійною, з формули (10) при $u = 0$ відповідно маємо функцію концентрації частинок у вигляді

$$C(x, t) = C_0 \left[\exp \left(-\frac{x}{\sqrt{D}} \sqrt{\kappa} \right) \operatorname{erfc} \left(\frac{x}{2\sqrt{Dt}} - \sqrt{\kappa t} \right) + \exp \left(\frac{x}{\sqrt{D}} \sqrt{\kappa} \right) \operatorname{erfc} \left(\frac{x}{2\sqrt{Dt}} + \sqrt{\kappa t} \right) \right] \quad (12)$$

Рівняння з нульовою швидкістю перенесення використовується при дослідженні дифузії з перетвореннями чи розпадом домішкових частинок ([10]) для обмежених областей з різними початковими і граничними умовами. Формула (12) може бути при цьому використана для апробації обчислень проведених числовими методами.

У формулі (10) можемо перейти також до границі $D \rightarrow 0$. Проте слід зважати при цьому, що у рівнянні (1) D є коефіцієнт при старшій похідній по x і це змінить тип рівняння, а отже і властивості його розв'язку. Для рівняння першого порядку по x маємо задавати не дві, а лише одну граничну умову, умову $C(x, t) = C_0$ при $x = 0$. Проте при $D = 0$ умова на безмежності має виконуватися такою ж як і при $D \neq 0$. Щоб вияснити ці обставини, застосуємо перехід $D \rightarrow 0$ до функції у правій частині формули (10).

Оскільки

$$\lim_{D \rightarrow 0} \frac{u - \sqrt{u^2 + 4D\kappa}}{2D} x = -\frac{\kappa}{u} x \quad \text{і} \quad \lim_{D \rightarrow 0} \exp\left(\frac{u - \sqrt{u^2 + 4D\kappa}}{2D} x\right) = \exp\left(-\frac{\kappa}{u} x\right), \text{ а}$$

$$\lim_{D \rightarrow 0} \frac{x - t\sqrt{u^2 + 4D\kappa}}{2\sqrt{Dt}} = \lim_{D \rightarrow 0} \frac{x - ut}{2\sqrt{Dt}} = \begin{cases} \infty, & \text{якщо } x - ut > 0 \\ -\infty, & \text{якщо } x - ut < 0, \text{ то} \\ 0, & \text{якщо } x - ut = 0 \end{cases}$$

$$\lim_{D \rightarrow 0} \operatorname{erfc}\left(\frac{x - t\sqrt{u^2 + 4D\kappa}}{2\sqrt{Dt}}\right) = \begin{cases} \operatorname{erfc}(\infty), & \text{якщо } x - ut > 0 \\ \operatorname{erfc}(-\infty), & \text{якщо } x - ut < 0 \\ \operatorname{erfc}(0), & \text{якщо } x - ut = 0 \end{cases} = \begin{cases} 0, & \text{якщо } x - ut > 0 \\ 2, & \text{якщо } x - ut < 0 \\ 1, & \text{якщо } x - ut = 0 \end{cases}.$$

Другий доданок у формулі (10) при $D \rightarrow 0$ дорівнює нулю. Тому, використовуючи граничні переходи, функцію концентрації домішкових частинок, спрямувавши D до нуля, можемо записати у вигляді

$$C^*(x, t) = C_0 \theta\left(t - \frac{x}{u}\right) \exp\left(-\frac{\kappa x}{u}\right), \quad (13)$$

$$\text{де} \quad \theta(x) = \begin{cases} 1, & \text{якщо } x > 0 \\ 1/2, & \text{якщо } x = 0. \\ 0, & \text{якщо } x < 0 \end{cases}$$

Зазначимо, що такий вигляд розв'язку отримаємо, якщо у рівнянні (1) прийняти $D=0$ і застосувати методику [11] для розв'язку відповідної задачі без врахування дифузії.

Обчислення інтегралу у формулі (5) для визначення густини абсорбованих частинок $\rho(x, t)$, якщо $C(x, t)$ згідно формули (10) доведеться робити чисельно. Проте у випадку її граничного випадку (13) $C(x, t) = C^*(x, t)$ можемо отримати

$$\rho^*(x, t) = C_0 \kappa \exp\left(-\frac{\kappa x}{u}\right) \int_0^t \theta\left(\tau - \frac{x}{u}\right) d\tau \text{ або}$$

$$\rho^*(x, t) = C_0 \kappa \left(t - \frac{x}{u}\right) \theta\left(t - \frac{x}{u}\right) \exp\left(-\frac{\kappa x}{u}\right) \quad (14)$$

оскільки

$$\int_0^t \theta\left(\tau - \frac{x}{u}\right) d\tau = \left(\int_0^{x/u} \theta\left(\tau - \frac{x}{u}\right) d\tau + \int_{x/u}^t \theta\left(\tau - \frac{x}{u}\right) d\tau \right) = 0 + \left(t - \frac{x}{u}\right), \text{ якщо } t > \frac{x}{u}$$

і дорівнює нулю, якщо $t < \frac{x}{u}$.

Оскільки маємо обмеження на максимальне значення густини розподілу абсорбованих частинок, то формула (14) краще надається для встановлення його

виконання аніж формула (5). Функція $\rho^*(x,t)$ досягає максимального значення при $x=0$, що становить $C_0 \kappa t$. Тому час t_* - досягнення допустимого його значення ρ_* , визначається з умови $C_0 \kappa t_* = \rho_*$, тобто $t_* = \frac{\rho_*}{C_0 \kappa}$. Від цього моменту часу при $t > t_*$ область з гранично допустимою величиною густини абсорбованих частинок починає розширюватися у напрямку збільшення x .

4. Обчислення та дослідження функцій концентрації та густини абсорбції мікрочастинок

Аналітичний розв'язок задачі (1)-(4) у вигляді (10) та його граничний випадок (13), дають можливість досліджувати функцію концентрації для різних значень характеристик потоку у довільній точці на відстані x від поверхні півпростору та у різні моменти часу t . Задаємо значення коефіцієнтів такими, щоб детерміновані переміщення частинок зі швидкістю u значно перевищували випадкові дифузійні переміщення, що визначаються коефіцієнтом дифузії D . За результатами обчислень побудуємо графіки для співставлення розв'язку (10) при малих значеннях D з його спрощеним виглядом (13), що відповідає $D = 0$.

На рис.1 приведено графіки $C(x,t)$ і $C^*(x,t)$ в залежності від часу t в окремих точках x , а на рис.2 їх зміна по координаті x у деякі моменти часу t . Значення параметрів, з умовними розмірностями, при розрахунках приймалися наступними $C_0 = 1$, $u = 1$, $\kappa = 0,1$ та $D = 0,01$ (гладка функція $C(x,t)$) чи $D = 0$ (функція стрибка $C^*(x,t)$ у випадку відсутності дифузії). Вважається, що ці графіки отримані до досягнення граничного значення густини абсорбованих частинок, тобто при виконанні обмеження (6).

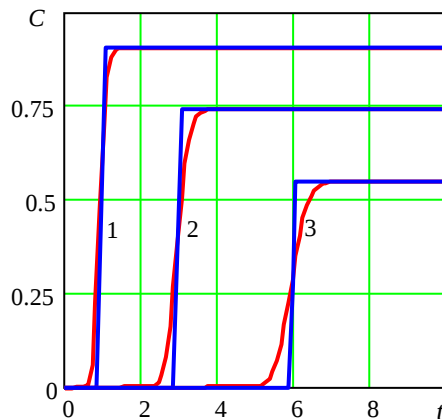


Рис.1. Графіки функції концентрації домішкових частинок обчислені за формулою (10) – гладкі криві та за формулою (13) – стрибкоподібні функції. Пари кривих 1-3 відповідають $x = 1; 3; 6$.

Як бачимо до моменту надходження хвилі з частинками у задану точку x їх концентрація залишається рівною нулю, а тоді різко піднімається до рівня зменшеної від C_0 концентрації за рахунок абсорбції. Спостерігається, що дифузія у вказаних межах не надто впливає на числові значення функції концентрації частинок у порівнянні з її відсутністю. Вона лише згладжує стрибки функції концентрації.

На рис.2 приведено графіки зміни цих функцій в залежності від координат x в моменти часу t . Значення коефіцієнтів приймалися такими як і для рис.1.

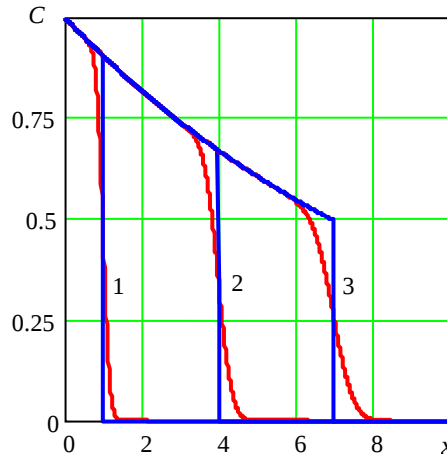


Рис.2. Графіки функції концентрації домішкових частинок обчислені за формулою (10) – гладкі криві та за формулою (13) – стрибкоподібні функції. Пари кривих 1-3 відповідають $t = 1; 4; 7$

Абсорбція в обох випадках приводить до поступового зниження концентрації частинок в потоці. Якщо дифузія в математичній моделі процесу перенесення не враховується – концентрація до приходу хвилі потоку дорівнює її початковій величині, у даному випадку нулю. Близькість стрибкоподібних і гладких розв'язків показує, що врахування дифузії не надто впливає на числові значення концентрації у порівнянні з його відсутністю.

Обчислимо наближено функцію $\rho(x,t)$ за формулою (5) з врахуванням дифузії та $\rho^*(x,t)$ за формулою (14) для детермінованого потоку без врахування дифузії. На рис.3 приведені графіки результатів обчислень цих функцій в залежності від x при $t = 10$, якщо $C_0 = 1$, $u = 1$, $\kappa = 0,1$, а коефіцієнт дифузії приймає значення як $D = 0$, так і окремі значення $D > 0$.

Зауважимо, що при таких вхідних даних і гранично допустимому значенні густини розподілу абсорбованих частинок $\rho_* = 1$, максимальне значення $\rho(x,t)$ досягається у точці $x = 0$ і це станеться саме при $t_* = \rho_* / C_0 \kappa = 10$.

Функції обчислені при $D = 0$ за формулою (14) і при $D = 0,1$ за формулою (5) (відповідно криві 1 і 2) у масштабі графіка практично не розрізняються.

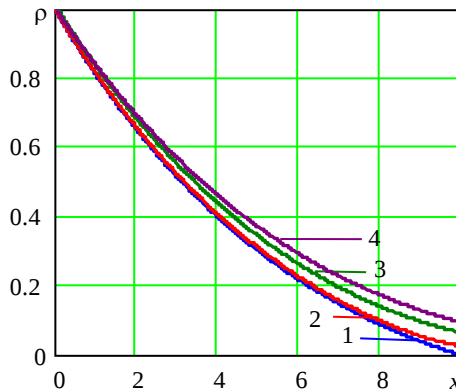


Рис.3. Графіки функції густини абсорбованих домішкових частинок. Криві 1-4 відповідають значенням коефіцієнта D рівним відповідно 0; 0.1; 0.5; 1.

У таблиці 1 наведено результати обчислень $\rho(x,t)$ з аналогічними попередніми даними при $t = 10$ у точках з вказаними у таблиці координатами x при $D = 0.1$ у порівнянні з такими ж обчисленнями $\rho^*(x,t)$, тобто при $D = 0$. Тут також приведено їх різницю $\Delta(x,t) = |\rho(x,t) - \rho^*(x,t)|$, що у випадку використаних вхідних даних на три порядки менша значень самих функцій. У таблиці 2 такі ж порівняння зроблені для функцій при $D = 0.5$ та при $D = 0$.

Таблиця 1

x	$D = 0.1$ $\rho(x,t)$	$D = 0$ $\rho^*(x,t)$	$\Delta(x,t)$
0	1	1	0
2	0.659	0.655	0.004
4	0.409	0.402	0.007
6	0.227	0.22	0.008
8	0.099	0.09	0.009
10	0.024	0	0.024

Таблиця 2

x	$D = 0.5$ $\rho(x,t)$	$D = 0$ $\rho^*(x,t)$	$\Delta(x,t)$
0	1	1	0
2	0.675	0.655	0.02
4	0.434	0.402	0.032
6	0.259	0.22	0.039
8	0.137	0.09	0.048
10	0.062	0	0.062

Як видно на графіках і у таблицях при малих відношеннях значень коефіцієнта дифузії до швидкості перенесення можемо використовувати формулу (14) для обчислення густини абсорбованих частинок замість формули інтегрування (5), не втративши точності результатів. Обчислення за формулою (14) можна виконати при великих значеннях часу t , а за формулою (5) виникають проблеми точності чисельного інтегрування, що можуть привести до більших похибок аніж використання наближеної формули (14)

Висновки. Співставлення отриманих розв'язків задачі дифузії-адвекції-сорбції та відповідної задачі без врахування дифузії, при відношенні швидкості

перенесення до дифузійної складової у потоці на порядок, дозволяє використовувати для обчислень отримані більш прості аналітичні формули. Вони можуть застосовуватися при великих часах і відстанях без втрати точності обчислень функції густини абсорбованих в тілі мікрочастинок. Це дає можливість визначати час досягнення максимально допустимої величини густини абсорбованих мікрочастинок, після якого в частині області тіла втрачається можливість їх поглинання з потоку рідини.

Література

- [1] Буряк Я.І., Чапля Є.Я., Чернуха О.Ю. Континуально-термодинамічні моделі механіки твердих розчинів. – Київ: Наук.думка, 2006. – 272 с.
- [2] Чапля Є.Я., Чернуха О.Ю. Математичне моделювання дифузійних процесів у випадкових і регулярних структурах – Київ: Наук.думка, 2009. – 302 с.
- [3] M.Th. van Genuchten, Convective–dispersive transport of solutes involved in sequential first-order decay reactions, *Comput. Geosci.* 11 (2) (1985) 129–147.
- [4] J.S. Pérez Guerrero, L.C.G. Pimentel, T.H. Skaggs, M.Th. van Genuchten. Analytical solution of the advection–diffusion transport equation using a change-of-variable and integral transform technique // *Int. Journal of Heat and Mass Transfer* 52 (2009) 3297–3304
- [5] Cristhian R. Quezada, T. Prabhakar Clement, Kang-Kun Lee. Generalized solution to multi-dimensional multi-species transport equations coupled with a first-order reaction network involving distinct retardation factors // *Advances in Water Resources*, Volume 27, Issue 5, May 2004, Pages 507-520
- [6] Chaplya Y., Chernukha O., Bilushchak Y. et al. Advanced approach to mathematical modeling of the impurities diffusion in the process of water softening with limited particles sorption. *Sci Rep* 15, 5269 (2025). <https://doi.org/10.1038/s41598-025-88735-5>
- [7] Carslaw H.S., Jaeger J.C. Conduction of heat in solids. Oxford university press, 1959. - 517 p.
- [8] Harry Bateman. Tables of integral transforms, Vol. 1, New York: McGraw-Hill Book Company, 1954 – 401 p
- [9] Ogata A., Banks R.B. A solution of the differential equation of longitudinal dispersion in porous mediums, US Geological Survey, Professional Paper 411-A, 1961. 13 p
- [10] Чапля Є.Я., Чернуха О.Ю., Білушак Ю.І. Математичне моделювання гетеродифузійних процесів при розпаді частинок. – Львів, Растр-7, 2018. – 240 с.
- [11] Stanley J.Farlow. Partial differential equation for scientists and engineers. Wiley, 1982. – 402 p.

Determination of the concentration and absorption of impurity microparticles during movement of liquid in a porous body

Bohdan Gera

The formulation of the problem of determining the concentration function of impurity components during their convective transfer in a homogeneous porous body and the distribution density of absorbed microparticles until the maximum permissible limit is reached is proposed. Using operational methods, a solution to the one-dimensional initial-boundary value problem in the half-space region is obtained at a given constant concentration of microparticles at the boundary. The results of calculations of the concentration and density of microparticles absorbed by the body matrix at small values of the diffusion coefficient, as well as in its absence, are presented. The obtained results are analyzed.

Отримано 08.12.25