

Математичне моделювання та аналіз теплових режимів сталевого валу за його індукційної термообробки

Роман Мусій¹, Наталія Мельник², Богдан Бандирський³, Інґа Свідрак⁴

¹ д. ф.-м. н., професор, Національний університет „Львівська політехніка”, вул. С. Бандери, 12, Львів, 79013, e-mail: roman.s.musij@lpnu.ua

² к. ф.-м. н., доцент, Національний університет „Львівська політехніка”, вул. С. Бандери, 12, Львів, 79013, e-mail: nataliia.b.melnyk@lpnu.ua

³ к. ф.-м. н., доцент, Національний університет „Львівська політехніка”, вул. С. Бандери, 12, Львів, 79013, e-mail: bohdan.y.bandyrskiy@lpnu.ua

⁴ к. т. н., доцент, Національний університет „Львівська політехніка”, вул. С. Бандери, 12, Львів, 79013, e-mail: inha.h.svidrak@lpnu.ua

Сформульовано фізико-математичну модель для визначення осьової компоненти вектора напруженості магнітного поля та питомої густини тепла Джоуля у неферромагнітному сталевому валі за його індукційної термообробки неусталеним електромагнітним полем. Записано вихідні співвідношення початково-крайової задачі електродинаміки для розглядуваного вала. За визначальну функцію вибрано осьову компоненту вектора напруженості магнітного поля. Для знаходження розв'язку використано кубічну апроксимацію по радіальній координаті розподілу визначальної функції по довжині радіуса вала. У результаті вихідна початково-крайова задача на визначальну функцію зведена до задачі Коші за часом на інтегральні характеристики визначальної функції за радіальною змінною. З використанням інтегрального перетворення Лапласа записано вираз інтегральних характеристик та осьової компоненти вектора напруженості магнітного поля. Отримано вирази визначальної функції та тепла Джоуля у розглядуваному валі за індукційного нагріву неусталеним електромагнітним полем. Виконано числовий аналіз зміни в часі та розподілу по радіусу вала осьової компоненти вектора напруженості магнітного поля і тепла Джоуля залежно від часу тривалості неусталеного електромагнітного поля.

Ключові слова: сталевий вал, індукційний нагрів, неусталене електромагнітне поле, осьова компонента вектора напруженості магнітного поля, тепло Джоуля.

Вступ. У багатьох електротехнічних, енергетичних пристроях та у автомобільних двигунах використовують в якості конструктивних елементів сталеві циліндричні вали. Для їх технологічної обробки використовують нестационарні електромагнітні поля (ЕМП) різних типів, залежно від характеру їх змін у часі. У сучасних технологіях індукційної термообробки електропровідних елементів конструкцій часто використовують неусталені ЕМП. Такі ЕМП забезпечують короткочасний індукційний нагрів електропровідних елементів.

Опис електромагнітних процесів, що виникають у електропровідних елементах під дією ЕМП, наведено в праці [1]. Основні закономірності індукційного нагрівання таких елементів розглянуто в роботі [2]. Різні аспекти нагрівання електропровідних матеріалів вихровими струмами, що індукуються зовнішніми усталеними та

Роман Мусій, Наталія Мельник, Богдан Бандирський, Інґа Свідрак
Математичне моделювання та аналіз теплових режимів сталевго валу за його індукційної термообробки

квазіусталеними ЕМП, викладено в роботі [3]. В роботі [4] розглянуто поєднаний напіваналітичний підхід для моделювання процесу індукційного нагрівання.

Дослідження тепла Джоуля в нанодроті під час протікання струму описано в праці [5]. Роботи [6, 7] присвячені визначенню та аналізу тепла Джоуля і температури в одношарових і двошарових пластинчастих електропровідних елементах, що піддаються короткочасному індукційному нагріву неусталеним ЕМП. Дослідження режимів нагріву сталевгої смуги прямокутного перерізу під дією квазіусталеного електромагнітного поля на основі двовимірної нестационарної моделі наведено в праці [8]. Проте дослідження теплових процесів у електропровідних тілах циліндричної геометрії, зокрема, валах, яке є важливим інженерним завданням, потребує додаткового вивчення.

У даній роботі запропоновано фізико-математичну модель визначення тепла Джоуля у сталевому циліндричному валі та на її основі досліджено теплові режими сталевго циліндричного валу під час його технологічної електромагнітної термообробки за допомогою неусталеного ЕМП.

1. Фізико-математична модель

Розглядається електропровідний вал, віднесений до циліндричної системи координат $O r \varphi z$. Вісь Oz співпадає з віссю симетрії вала. Його радіус рівний R . Матеріал вала однорідний, ізотропний, неферомагнітний. Його електрофізичні параметри – коефіцієнт електропровідності σ та магнітна проникливість μ приймаються сталими і рівними їх середнім значенням у відповідних діапазонах нагріву.

Вал підлягає технологічній електромагнітній обробці, яка здійснюється із застосуванням індукційного нагріву неусталеним ЕМП. Використання неусталеного ЕМП синусоїдального характеру із змінною в часі амплітудою дає змогу врахувати моменти його включення і виключення в індукційній системі нагріву. Тому для математичного опису неусталеного ЕМП доцільно використовувати такий вираз

$$H_{z0}(t) = kH_0(\exp(-\beta_1 t) - \exp(-\beta_2 t)) \cos \omega t. \quad (1)$$

Тут $H_{z0}(t)$ – значення осьової компоненти вектора напруженості магнітного поля $\vec{H} = \{0; 0; H_z(r, t)\}$ на поверхні вала радіуса R ; H_0 - амплітуда синусоїдальних несучих електромагнітних коливань кругової частоти ω ; β_1, β_2 - параметри, що характеризують часи фронтів наростання і спадання неусталеного ЕМП; k – нормувальний множник, t – час.

Індукційний нагрів вала неусталеним ЕМП зумовлює виникнення в ньому індукційних вихрових струмів. Ці струми при їх протіканні створюють у валі об'ємно розподілене нестационарне джерело тепла Джоуля Q .

Фізична модель для визначення тепла Джоуля Q складається з двох етапів. На першому етапі згідно співвідношень Максвела у випадку плоскої

осесиметричної задачі електродинаміки для вала визначається відмінна від нуля осьова компонента $H_z(r, t)$ вектора напруженості магнітного поля \vec{H} . Ця компонента є функцією радіальної змінної r та часу t .

Для знаходження функції $H_z(r, t)$ зі співвідношень Максвелла отримуємо рівняння

$$\frac{\partial^2 H_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial H_z}{\partial r} - \sigma \mu \frac{\partial H_z}{\partial t} = 0. \quad (2)$$

Рівняння (2) розв'язуємо за крайової умови

$$H_z(R, t) = H_{z0}(t) \quad (3)$$

на поверхні $r = R$ циліндричного вала та умови осесиметричності неусталеного ЕМП на його осі $r = 0$

$$\frac{\partial H_z(0, t)}{\partial r} = 0. \quad (4)$$

При відсутності неусталеного ЕМП в момент часу $t = 0$ початкова умова має вигляд

$$H_z(r, 0) = 0. \quad (5)$$

На другому етапі за знайденим розв'язком початково-крайової задачі (2)-(5) записуємо вираз питомої густини об'ємно розподіленого нестационарного тепла Джоуля

$$Q = \frac{1}{\sigma} \left(\frac{\partial H_z}{\partial r} \right)^2 \quad (6)$$

у циліндричному валі.

2. Визначення тепла Джоуля у циліндричному валі за дії неусталеного електромагнітного поля

Розв'язок початково-крайової задачі (2)-(5) знаходимо з використанням апроксимації розподілу функції H_z по довжині радіуса вала кубічним поліномом за радіальною координатою

$$H_z(r, t) = \sum_{i=0}^3 a_i(t) r^i. \quad (7)$$

Коефіцієнти апроксимаційного полінома (7) визначаємо через граничне значення $H_z^+(t) = H_{z0}(t)$ функції $H_z(r, t)$ на поверхні $r = R$ валу та інтегральні за радіальною координатою її характеристики $H_{zs}(t)$

$$H_{zs}(t) = \frac{s+1}{R^{s+1}} \int_0^R H_z(r, t) r^s dr, \quad s = 1, 2. \quad (8)$$

Для знаходження інтегральних характеристик $H_{zs}(t)$ вихідне рівняння (2) інтегруємо за радіальною координатою r відповідно до формули (8) і використовуємо при перетвореннях подання (7).

Тоді для інтегральних характеристик $H_{zs}(t)$ функції $H_z(r, t)$ отримуємо систему диференціальних рівнянь:

$$\frac{dH_{z1}(t)}{dt} - \frac{40}{m_0} H_{z1}(t) + \frac{90}{m_0} H_{z2}(t) = \frac{10}{m_0} H_{z0}(t), \quad (9)$$

$$\frac{dH_{z2}(t)}{dt} - \frac{140}{3m_0} H_{z1}(t) + \frac{195}{2m_0} H_{z2}(t) = \frac{55}{6m_0} H_{z0}(t).$$

Тут $m_0 = \sigma \mu R^2$.

Застосовуючи перетворення Лапласа за часом до системи (9) отримуємо такі вирази інтегральних характеристик $H_{zs}(t)$ осьової компоненти $H_z(r, t)$

$$H_{z1}(t) = \sum_{\kappa=1}^2 \int_0^t H_{z0}(t-\tau) \frac{10}{m_0} \cdot \frac{p_\kappa + \frac{15}{m_0}}{2p_\kappa + \frac{115}{2m_0}} e^{p_\kappa \tau} d\tau, \quad (10)$$

$$H_{z2}(t) = \sum_{\kappa=1}^2 \int_0^t H_{z0}(t-\tau) \frac{55}{6} \frac{1}{m_0} \cdot \frac{p_\kappa + \frac{120}{11m_0}}{2p_\kappa + \frac{115}{2m_0}} e^{p_\kappa \tau} d\tau.$$

Тут p_κ – корені характеристичного рівняння системи (9). За відомими виразами $H_{zs}(t)$ і $H_{z0}(t)$ у результаті перетворень для осьової компоненти $H_z(r, t)$ вектора \vec{H} отримуємо вираз

$$H_z(r_*, t) = H_{z1}(t) \left(20 - 100(r_*)^2 + 80(r_*)^3 \right) + \quad (11)$$

$$+ H_{z2}(t) \left(-30 + 180(r_*)^2 - 150(r_*)^3 \right) + H_{z0}(t) \left(1 - 10(r_*)^2 + 10(r_*)^3 \right).$$

Тут $r_* = r/R$ – безрозмірна радіальна координата.

Для побудови розв’язку початково-крайової задачі (2)-(5) за дії неусталеного ЕМП вираз (1) підставляємо у формули (10) і з врахуванням співвідношень (11) отримуємо вираз функції $H_z(r_*, t)$:

$$\frac{H_z(r_*, t)}{H_0} = \kappa \sum_{i=1}^4 \sum_{m=1}^2 \left(e^{-\beta_i t} (A_{1im} \sin \omega t + A_{2im} \cos \omega t) + \right.$$

$$\left. + e^{-\beta_2 t} (A_{3im} \sin \omega t + A_{4im} \cos \omega t) + A_{5im} e^{p_m t} \right) r_*^{i-1}. \quad (12)$$

Тут:

$$A_{1im} = B_{im} A_{1m}; \quad A_{2im} = B_{im} A_{2m};$$

$$A_{3im} = B_{im} A_{3m}; \quad A_{4im} = B_{im} A_{4m}; \quad A_{5im} = B_{im} A_{5m};$$

$$B_{1m} = 20\Phi_1^m - 30\Phi_2^m; \quad B_{2m} = 0;$$

$$B_{3m} = -100\Phi_1^m + 180\Phi_2^m; \quad B_{4m} = 80\Phi_1^m - 150\Phi_2^m;$$

$$A_{1m} = \omega / [(\beta_1 + p_m)^2 + \omega^2];$$

$$A_{2m} = C_i - (\beta_1 + p_m) / [(\beta_1 + p_m)^2 + \omega^2];$$

$$A_{3m} = \omega / [(\beta_2 + p_m)^2 + \omega^2];$$

$$A_{4m} = C_i - (\beta_2 + p_m) / [(\beta_2 + p_m)^2 + \omega^2];$$

$$A_{5m} = (\beta_1 + p_m) / [(\beta_1 + p_m)^2 + \omega^2] + (\beta_2 + p_m) / [(\beta_2 + p_m)^2 + \omega^2];$$

$$C_1 = 1; \quad C_2 = 0; \quad C_3 = -10; \quad C_4 = 10;$$

$$\Phi_1^1 = \frac{10}{m_0} \cdot \frac{p_1 + 15/m_0}{2p_1 + 115/(2m_0)}; \quad \Phi_1^2 = \frac{10}{m_0} \cdot \frac{p_2 + 15/m_0}{2p_2 + 115/(2m_0)};$$

$$\Phi_2^1 = \frac{55}{6} \frac{1}{m_0} \cdot \frac{p_1 + 120/(11m_0)}{2p_1 + 115/(2m_0)}; \quad \Phi_2^2 = \frac{55}{6} \frac{1}{m_0} \cdot \frac{p_2 + 120/(11m_0)}{2p_2 + 115/(2m_0)};$$

$$p_m - \text{корені рівняння } p^2 + 115/(2m_0)p + 300/(m_0^2) = 0, \quad m_0 = \sigma_0 \mu R^2.$$

За відомою функцією $H_z(r_*, t)$ з використанням формули (6) запишемо вираз питомої густини об'ємно розподіленого у розглядуваному валі нестационарного тепла Джоуля $Q(r_*, t)$, зумовленого дією неусталеного ЕМП.

$$\frac{Q(r_*, t)}{H_0^2} = \frac{\kappa^2}{\sigma R^2} \sum_{i=2}^4 \sum_{j=2}^4 \sum_{m=1}^2 \sum_{n=1}^2 (i-1)(j-1) \varphi_{ijmn}(t) r_*^{i+j-4} \quad (13)$$

Тут функція $\varphi_{ijmn}(t)$ має вигляд:

$$\begin{aligned} \varphi_{ijmn}(t) = & D_{1ijmn} e^{-2\beta_1 t} + D_{2ijmn} e^{-(\beta_1 + \beta_2) t} + D_{3ijmn} e^{-2\beta_2 t} + D_{4ijmn} e^{(p_m + p_n) t} + \\ & + \sin 2\omega t \left[D_{5ijmn} e^{-2\beta_1 t} + D_{6ijmn} e^{-(\beta_1 + \beta_2) t} + D_{7ijmn} e^{-2\beta_2 t} \right] + \\ & + \cos 2\omega t \left[D_{8ijmn} e^{-2\beta_1 t} + D_{9ijmn} e^{-(\beta_1 + \beta_2) t} + D_{10ijmn} e^{-2\beta_2 t} \right] + \\ & + \sin \omega t \left[D_{11ijmn} e^{(p_m - \beta_1) t} + D_{12ijmn} e^{(p_m - \beta_2) t} + D_{13ijmn} e^{(p_n - \beta_1) t} + D_{14ijmn} e^{(p_n - \beta_2) t} \right] + \\ & + \cos \omega t \left[D_{15ijmn} e^{(p_m - \beta_1) t} + D_{16ijmn} e^{(p_m - \beta_2) t} + D_{17ijmn} e^{(p_n - \beta_1) t} + D_{18ijmn} e^{(p_n - \beta_2) t} \right]. \end{aligned}$$

Коефіцієнти $D_{1ijmn} \div D_{18ijmn}$ у формулі (13) записуються виразами:

$$\begin{aligned} D_{1ijmn} &= (A_{1im} A_{1jn} + A_{2im} A_{2jn}) / 2; \quad D_{2ijmn} = (A_{4im} A_{2jn}) / 2; \\ D_{3ijmn} &= (A_{3im} A_{3jn} + A_{4im} A_{4jn}) / 2; \quad D_{4ijmn} = A_{5im} A_{5jn}; \\ D_{5ijmn} &= (A_{1im} A_{2jn} + A_{2im} A_{1jn}) / 2; \\ D_{6ijmn} &= (A_{3im} A_{2jn} + A_{4im} A_{1jn} + A_{1im} A_{4jn} + A_{2im} A_{3jn}) / 2; \\ D_{7ijmn} &= (A_{3im} A_{4jn} + A_{4im} A_{3jn}) / 2; \\ D_{8ijmn} &= (A_{2im} A_{2jn} - A_{1im} A_{1jn}) / 2; \\ D_{9ijmn} &= (A_{4im} A_{2jn} - A_{3im} A_{1jn} - A_{1im} A_{3jn} + A_{2im} A_{4jn}) / 2; \\ D_{10ijmn} &= (A_{4im} A_{4jn} - A_{3im} A_{3jn}) / 2; \\ D_{11ijmn} &= A_{5im} A_{1jn}; \quad D_{12ijmn} = A_{5im} A_{3jn}; \\ D_{13ijmn} &= A_{1im} A_{5jn}; \quad D_{14ijmn} = A_{3im} A_{5jn}; \end{aligned}$$

$$D_{15ijmn} = A_{5im}A_{2jn}; \quad D_{16ijmn} = A_{5im}A_{4jn};$$

$$D_{17ijmn} = A_{2im}A_{5jn}; \quad D_{18ijmn} = A_{4im}A_{5jn}.$$

Відповідно вирази $A_{1jn} \div A_{5jn}$ отримуємо з виразів $A_{1im} \div A_{5im}$ заміною індексів i на j та m на n ;

$$p_n - \text{корені рівняння } p^2 + 115/(2m_0)p + 300/(m_0^2) = 0.$$

3. Комп'ютерний аналіз процесів нагріву сталевого вала за індукційної термообробки неусталеним електромагнітним полем

Розрахунки проводилися для вала радіуса $R = 0,01 \text{ m}$, виготовленого з легованої сталі X18H9T. Кругова частота ω несучих електромагнітних коливань неусталеного ЕМП приймалась рівною $\omega = 6.28 \cdot 10^5 \text{ rad/s}$. Час тривалості t_i дії неусталеного ЕМП вибрано рівним $t_i = 10 \text{ s}$, $t_i = 100 \text{ s}$, $t_i = 200 \text{ s}$. Результати числових досліджень подано на Рис. 1-5.

На Рис. 1 зображено зміну в часі тепла Джоуля Q/H_0^2 у сталевому валі радіуса $R = 0,01 \text{ m}$ за час тривалості $t_i = 10 \text{ s}$ дії неусталеного ЕМП. Обчислення виконано на поверхні циліндричного вала $r = R$ та на його серединній поверхні $r = R/2$.

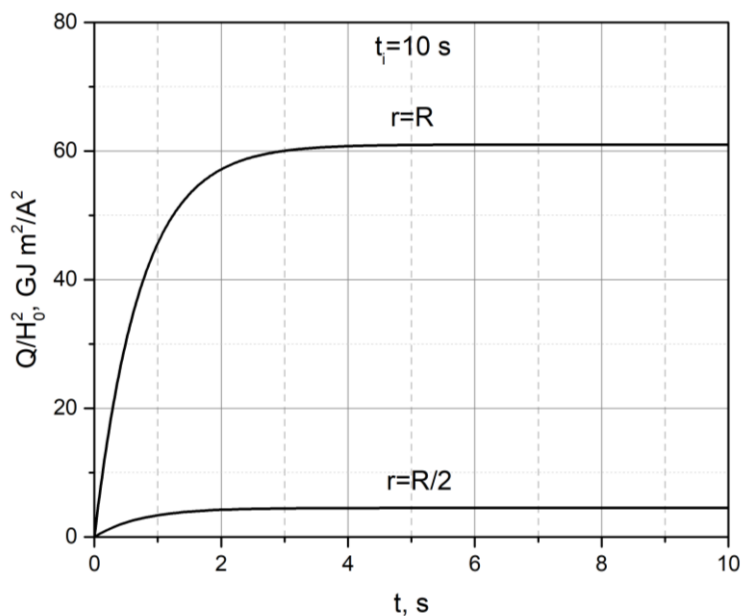


Рис. 1. Зміна в часі тепла Джоуля Q/H_0^2 у сталевому валі радіуса $R = 0.01 \text{ m}$ за час тривалості $t_i = 10 \text{ s}$ дії неусталеного ЕМП

Отримано, що за час тривалості $t_i = 10 \text{ s}$ дії неусталеного ЕМП вихід тепла Джоуля Q/H_0^2 на максимальні значення на обох циліндричних поверхнях $r = R$ і $r = R/2$ відбувається приблизно за час $t = 5 \text{ s}$, тобто за час $t \approx 0.5t_i$.

Зміну в часі тепла Джоуля Q/H_0^2 у сталевому валі радіуса $R = 0.01 \text{ m}$ за часи тривалостей $t_i = 100 \text{ s}$ і $t_i = 200 \text{ s}$ дії неусталеного ЕМП зображено на Рис. 2. Суцільні лінії відповідають значенням тепла Джоуля Q/H_0^2 , обчисленим за час $t_i = 100 \text{ s}$ дії неусталеного ЕМП. Штрихові лінії відповідають таким самим значенням, отриманим за час тривалості $t_i = 200 \text{ s}$.

Закономірності виходу тепла Джоуля на максимальні значення в обох розглядуваних випадках $t_i = 100 \text{ s}$ і $t_i = 200 \text{ s}$ співпадають із закономірностями, встановленими для $t_i = 10 \text{ s}$. Отже, вихід тепла джоуля на максимальні значення, не залежно від тривалостей t_i дії неусталеного ЕМП відбувається за час приблизно рівний $t = 0.5t_i$ на обох розглядуваних циліндричних поверхнях $r = R$ і $r = R/2$.

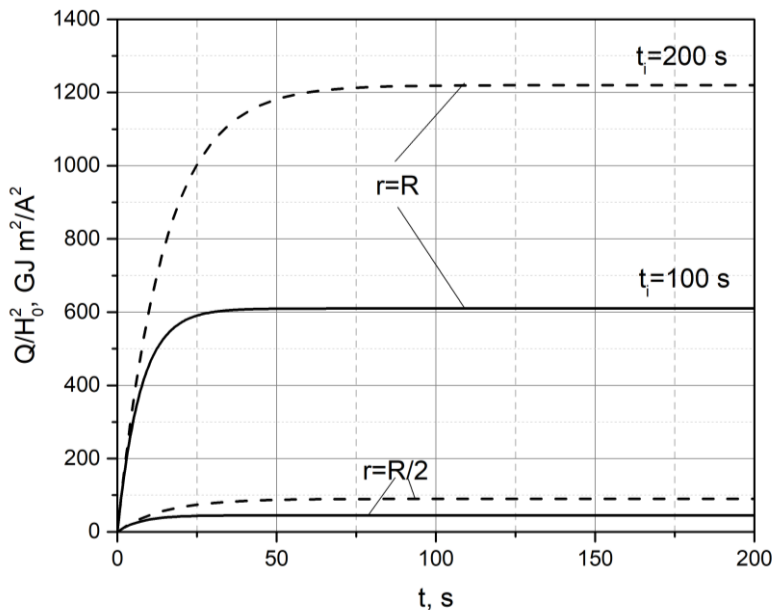


Рис. 2. Зміна в часі тепла джоуля Q/H_0^2 у сталевому валі радіуса $R = 0.01 \text{ m}$ за часи тривалостей $t_i = 100 \text{ s}$ і $t_i = 200 \text{ s}$ індукційного нагріву неусталеним ЕМП

На Рис. 3 показано зміну тепла Джоуля Q/H_0^2 по радіальній координаті сталевого вала за часи тривалостей $t_i = 10\text{ s}$, $t_i = 100\text{ s}$ і $t_i = 200\text{ s}$ дії неусталеного ЕМП.

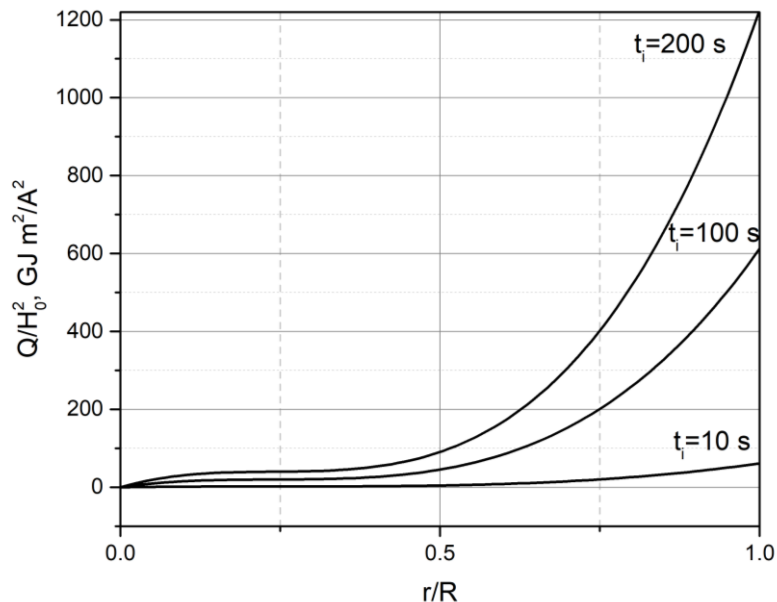


Рис. 3. Зміна тепла Джоуля Q/H_0^2 по радіальній координаті сталевого вала за часи тривалостей $t_i = 10\text{ s}$, $t_i = 100\text{ s}$ і $t_i = 200\text{ s}$ дії неусталеного ЕМП

Залежності, приведені на Рис. 3 показують на суттєве зменшення максимального значення тепла Джоуля Q/H_0^2 при віддаленні від циліндричної поверхні $r = R$ до циліндричної поверхні $r = R/2$ і стрімкому прямуванню його значення до нуля при прямуванні радіальної координати до осі вала. Це свідчить, що характер розподілу тепла Джоуля Q/H_0^2 по радіальній координаті за вибраної частоти $\omega = 6.28 \cdot 10^5\text{ rad/s}$ електромагнітних коливань близький до приповерхневого.

На основі аналізу Рис. 1-3 встановлено, що за розглядуваних тривалостей $t_i = 10\text{ s}$, $t_i = 100\text{ s}$ і $t_i = 200\text{ s}$ дії несталеного ЕМП максимальне значення тепла Джоуля на поверхні $r = R$ приблизно в 15 разів більше, ніж таке його значення на циліндричній поверхні $r = R/2$.

Зауважимо, що числовий аналіз, проілюстрований на Рис. 1-3, виконаний за величини напруженості магнітного поля $H_0 = 10^3\text{ A/m}$.

На Рис. 4 зображено залежність тепла Джоуля Q у сталевому валі від величини H_0 напруженості магнітного поля за часи тривалостей $t_i = 10\text{ s}$,

Роман Мусій, Наталія Мельник, Богдан Бандирський, Інґа Свідрак

Математичне моделювання та аналіз теплових режимів сталевго валу за його індукційної термообробки

$t_i = 100\text{ s}$ і $t_i = 200\text{ s}$ дії неусталеного ЕМП. Розглянуто діапазон зміни величини

H_0 , рівний $H_0 = 10^3 \div 10^4\text{ A/m}$.

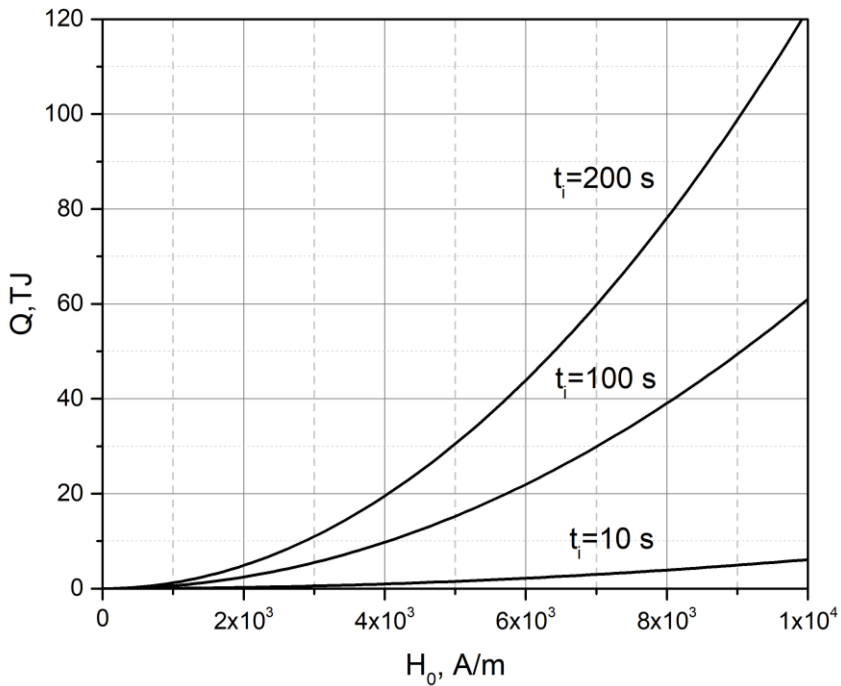


Рис. 4. Залежність тепла Джоуля Q у сталевому валі від величини H_0 напруженості магнітного поля за часи тривалостей $t_i = 10\text{ s}$, $t_i = 100\text{ s}$ і $t_i = 200\text{ s}$ дії неусталеного ЕМП

Встановлено, що за використовуваних часів тривалості дії неусталеного ЕМП отримані величини тепла Джоуля Q у розглядуваному сталевому валі відповідають значенням в інтервалі 5–120 ТДж (тераджоулів).

Висновки. Запропонована фізико-математична модель дає змогу дослідити закономірності процесів нагрівання електропровідних циліндричних валів, виготовлених з неферомагнітних матеріалів, з допомогою індукційної термообробки неусталеним ЕМП.

Розвинуто методику визначення осьової компоненти вектора напруженості магнітного поля у електропровідному неферомагнітному валі. Дана методика використовує апроксимацію розподілу даної компоненти за радіальною координатою вала кубічним поліномом. Коефіцієнти цього полінома записано у вигляді виразів, що відповідають інтегральним по радіальній координаті вала характеристикам осьової компоненти вектора напруженості магнітного поля і заданого значення цієї компоненти на поверхні вала. Використана методика дала

зможу отримати вирази розглядуваної компоненти вектора напруженості магнітного поля та тепла Джоуля у зручній для чисельних експериментів формі, без використання функцій Бесселя та функціональних рядів стосовно цих функцій.

У результаті проведеного комп'ютерного аналізу:

1. Виявлено закономірності теплових режимів індукційного нагріву неферомагнітного сталевго вала.

2. Встановлено залежності часів виходу тепла Джоуля на максимальні значення, залежно від тривалості дії використововуваного неусталеного ЕМП.

3. За вибраної частоти несучих електромагнітних коливань розподіл тепла Джоуля у сталевому валі має приповерхневий характер. Для суцільного нагріву розглядуваного вала необхідно використовувати менші значення частоти несучих електромагнітних коливань.

4. Зі збільшенням величини напруженості магнітного поля, що відповідає амплітуді несучих електромагнітних коливань заданої частоти, величина тепла Джоуля зростає за квадратичним законом.

5. Проаналізовано кількість тепла Джоуля, що виділяється у сталевому валі за його індукційної термообробки неусталеним ЕМП відповідних тривалості і величини напруженості магнітного поля. Отримано, що за часів тривалості дії неусталеного ЕМП в інтервалі від 10 секунд до 200 секунд величини тепла Джоуля Q у розглядуваному сталевому валі відповідають значенням в діапазоні від 5 до 120 тераджоулів.

Результати проведених досліджень є науковою основою для прогнозування енергетичних затрат при технологічній термообробці електропровідних неферомагнітних валів неусталеним ЕМП, а також для вибору раціональних режимів індукційної термообробки таких валів залежно від часу тривалості ЕМП та величини напруженості магнітного поля.

Література

1. Asai S. *Electromagnetic Processing of Materials*. Springer, Netherlands (2012).
2. Rudnev, V.; Loveless, D.; Cook, R. *Handbook of Induction Heating*; CRC Press: London, UK; Taylor and Francis Group: Abingdon, UK, 2018.
3. Bobart, G.F. *Induction heating*. AccessScience. 2020.
4. Areitioaurtena, M., Segurajauregi, U., Akujärvi, V. et al. A semi-analytical coupled simulation approach for induction heating. *Adv. Model. and Simul. in Eng. Sci.* 8, 14 (2021).
5. Gantsevich, S.; Gurevich, V. Joule heat release during current flow through a nanowire. *Phys. Solid State* 2016, 58, 1711–1715.
6. Musii, R.; Pukach, P.; Kohut, I.; Vovk, M.; Šlahor, L. Determination and Analysis of Joule's Heat and Temperature in an Electrically Conductive Plate Element Subject to Short-Term Induction Heating by a Non-Stationary Electromagnetic Field. *Energies* 2022, 15, 525
7. Musii R., Pukach P., Melnyk N., Vovk M., Šlahor L. Modeling of the temperature regimes in a layered bimetallic plate under short-term induction heating // *Energies*. – 2023. – Vol. 16, iss. 13.
8. Musii R., Melnyk N., Drohomiretska K., Melnyk M. Investigation of the heating regimes of a steel strip by a quasi-steady electromagnetic field // *Direct and inverse problems of electromagnetic and acoustic wave theory : proceedings of 2023 IEEE XXVIIIth International seminar/workshop DIPED-2023 (Tbilisi, September 11-13, 2023)*. – 2023. – С. 229–232.

Mathematical Modeling and Analysis of Thermal Regimes in a Steel Shaft During Induction Heat Treatment

Roman Musii¹, Nataliia Melnyk², Bohdan Bandytskyi³, Inha Svidrak⁴

A physical and mathematical model is formulated to determine the axial component of the magnetic field intensity vector and the specific density of Joule heat in a non-ferromagnetic steel shaft during its induction heat treatment under an unsteady electromagnetic field. The initial-boundary relationships for the electrodynamic problem of the shaft are recorded. The axial component of the magnetic field intensity vector is selected as the governing function. To find the solution, a cubic approximation with respect to the radial coordinate for the distribution of the governing function along the radius of the shaft is applied. As a result, the initial-boundary problem for the governing function is reduced to a Cauchy problem in time for the integral characteristics of the governing function in terms of the radial variable. Using the Laplace integral transform, expressions for the integral characteristics and the axial component of the magnetic field intensity vector are derived. The expressions for the governing function and Joule heat in the shaft under induction heating in a unsteady electromagnetic field are obtained. A numerical analysis is performed on the time evolution and radial distribution of the axial component of the magnetic field intensity vector and Joule heat, depending on the duration of the unsteady electromagnetic field.

Keywords: steel shaft, induction heating, unsteady electromagnetic field, axial component of magnetic field intensity vector, Joule heat.

Отримано 05.11.2024