

Математична модель тиристорного подільника частоти на базі однофазного мостового випрямляча**Денис Хомюк¹, Володимир Самотий^{2,3}**¹ магістр, аспірант, кафедра КСА, Національний університет «Львівська політехніка», вул. С.Бандери 12, 79013, Львів, e-mail: denys.s.khomiuk@lpnu.ua² д.т.н., професор, кафедра КСА, Національний університет «Львівська політехніка», вул. С.Бандери 12, 79013, Львів, e-mail: volodymyr.v.samoty@lpnu.ua³ dr hab. inż., profesor, katedra Automatyki i Informatyki, Politechnika Krakowska im. Tadeusza Kościuszki, ul. Warszawska 24, 31155, Kraków, e-mail: vsamoty@pk.edu.pl

У цій статті представлено математичну модель тиристорного подільника частоти, розроблену для покращення якості вихідного сигналу в системах керування та перетворення енергії. Основна увага приділена стабілізації синусоїдальної форми сигналу та зниженню впливу гармонічних спотворень, що важливо для ефективної роботи подільника в широкому діапазоні частот. Запропонована модель враховує основні фізичні процеси у тиристорному подільнику, включаючи комутаційні та нелінійні ефекти, та використовує додаткові логічні змінні для моделювання роботи тиристорів. Результати симулювання підтверджують ефективність розробленої моделі, що може бути застосована для подальших вдосконалень у тиристорних системах частотного поділу.

Ключові слова: тиристорний подільник частоти, однофазний мостовий випрямляч, математична модель, екстраполяційний ε -алгоритм.

Вступ. В сучасних системах керування та перетворення енергії тиристорні подільники частоти відіграють ключову роль, забезпечуючи ефективне керування частотою сигналу. Однак, під час процесу комутації тиристорів форма вихідного сигналу може змінюватися, що може вплинути на ефективність та стабільність системи. Для досягнення оптимальної роботи важливо забезпечити стабільність амплітуди та синусоїдальну форму вихідного сигналу в широкому діапазоні частот. Метою даної статті є розробка методики покращення форми вихідного сигналу тиристорного подільника частоти, що дозволить покращити характеристики системи та зменшити вплив вищих гармонік.

1. Аналіз публікацій

Тиристорні подільники частоти є ключовими компонентами в сучасних системах керування та перетворення енергії. Їх основна функція полягає у зміні частоти вихідного сигналу шляхом перемикання електричних ланцюгів, що дозволяє досягти більшої гнучкості та ефективності в управлінні електроприводами та іншими електричними пристроями.

Тиристори, завдяки своїм властивостям, дають можливість змінювати кут запалювання, що впливає на амплітуду та частоту вихідного сигналу [1]. Це

робить їх незамінними в таких областях, як регулювання швидкості електродвигунів змінного струму, перетворення енергії в промислових додатках та джерелах безперебійного живлення. Ефективність тиристорних подільників частоти залежить від стабільності та якості вихідного сигналу, що зумовлює необхідність покращення його форми.

Електромагнітні кола з нелінійними характеристиками є складними для моделювання та аналізу через наявність нелінійних компонентів, таких як магнітопроводи та напівпровідникові пристрої. Основним підходом до моделювання таких систем є використання систем диференціальних рівнянь, які описують взаємодію між електричними та магнітними полями [2].

Для розв'язання цих рівнянь часто використовуються числові методи, такі як метод Рунге-Кутта, які дають можливість отримати розв'язок в часовій області з високою точністю [3]. Важливим аспектом моделювання є врахування ефектів насичення та гістерезису, які можуть суттєво вплинути на роботу системи [4]. Нелінійні моделі дають можливість більш точно прогнозувати поведінку системи під різними умовами експлуатації.

Покращення форми вихідного сигналу тиристорних подільників частоти є важливим завданням, яке можна вирішити за допомогою різних методів. Одним з найбільш поширених підходів є оптимізація керування комутацією тиристорів, що дозволяє мінімізувати вплив вищих гармонік та досягти більш стабільної форми сигналу [5].

Іншим підходом є використання фільтрів для згладжування вихідного сигналу та зменшення гармонічних спотворень [6]. Використання сучасних методів моделювання та аналізу дозволяє розробляти більш ефективні алгоритми керування, які забезпечують покращену якість вихідного сигналу навіть у складних умовах експлуатації.

2. Постановка задачі

У сучасних системах електропостачання тиристорні подільники частоти є важливими компонентами, які забезпечують гнучке та ефективне керування частотою вихідного сигналу. Подільник частоти складається з трансформатора, напівпровідникових тиристорів, С-фільтра та активного навантаження. Ця схема дозволяє перетворювати змінну напругу однієї частоти в змінну напругу другої частоти з мінімальними втратами та спотвореннями. Однак для досягнення оптимальної роботи таких систем необхідно вирішити низку завдань, пов'язаних із покращенням якості вихідного сигналу.

Метою статті є розробка математичної моделі тиристорного подільника частоти, що точно відображає фізичні процеси. Математична модель повинна відображати всі основні фізичні процеси, які відбуваються в тиристорному подільнику частоти. Це включає взаємодію між компонентами системи, такими як тиристори, трансформатор, конденсатор і навантаження, а також врахування нелінійних властивостей системи. Модель має враховувати динамічні зміни струмів і напруг, що виникають у процесі комутації тиристорів

Необхідно розробити математичну модель, що використовує додаткові бінарні змінні для моделювання роботи тиристорів як ідеальних ключів. Такий підхід є оптимальнішим від моделі тиристора RLC-ланкою, бо має можливість використовувати явні методи чисельного інтегрування нелінійних диференціальних рівнянь. Додаткові бінарні змінні набувають значень $0, \pm 1$ в залежності від виконання умов закривання і відкривання тиристорів.

3. Математична модель тиристорного подільника частоти

За допомогою певної схеми керування тиристорами можна змінювати їх кут запалювання. Це приведе до зміни амплітуди напруги на виході подільника. Робота подільника частоти полягає в наступному. Принципова схема подільника частоти наведена на рис. 1. Для такої схеми можливі три комбінації відкритих і закритих тиристорів: 1) T_1, T_3 – відкриті, T_2, T_4 – закриті; 2) T_1, T_3 – закриті, T_2, T_4 – відкриті; 3) коли всі тиристори закриті. Аналогічно вмикаються наступні 4 тиристори: 1) T_5, T_7 – відкриті, T_6, T_8 – закриті; 2) T_5, T_7 – закриті, T_6, T_8 – відкриті; 3) коли всі тиристори закриті.

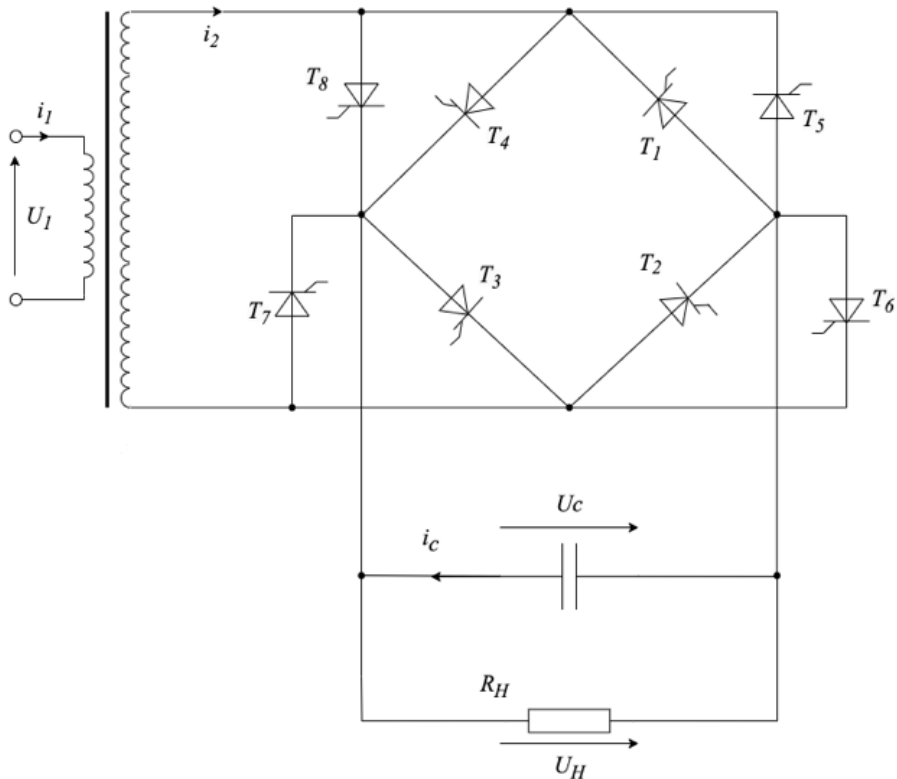


Рис. 1. Принципова схема тиристорного подільника частоти

Якщо на виході трансформатора виникає додатна півхвиля напруги, то згідно принципової схеми рис.1 вона буде прикладеною до тиристорів T_1, T_3 . Це приведе до їх відкриття і зарядження конденсатора в навантаженні. Зміна полярності напруги на виході трансформатора приводить до закривання тиристорів T_1, T_3 . Тоді на тиристорах T_2, T_4 виникає додатна напруга і вони відкриваються. Таким чином забезпечується постійність полярності напруги на конденсаторі при змінній напрузі живлення, бо інша пара тиристорів змінює полярність підключення навантаження до вихідної обмотки трансформатора. В цьому і полягає суть процесу перетворення змінної напруги в постійну. Аналогічно працюють тиристири T_5, T_6, T_7, T_8 змінюючи полярність вихідної напруги.

Щоб отримати рівняння динаміки, необхідно кожен комбінацію відкритих і закритих тиристорів описати власною системою алгебро-диференціальних рівнянь, а потім об'єднати в одну систему шляхом введення додаткових логічних змінних.

Запишемо рівняння стану першого випадку:

$$i_1 = \alpha_1(\Psi_1 - \psi), \quad i_2 = \alpha_2(\Psi_2 - \psi), \quad i_1 + i_2 = \alpha' \psi \quad (1)$$

$$\frac{d\Psi_1}{dt} = u_1 - r_1 i_1, \quad \frac{d\Psi_2}{dt} = -u_C - r_2 i_2 \quad (2)$$

$$\frac{du_C}{dt} = C^{-1} \left(i_2 - \frac{u_C}{R_H} \right) \quad (3)$$

де u_C – напруга конденсатора; i_1, i_2 – струми обмоток трансформатора; α_1, α_2 – обернені індуктивності розсіяння обмоток; r_1, r_2 – активні опори первинної і вторинної обмоток відповідно; R_H – опір навантаження; Ψ_1, Ψ_2 – повні потокозчеплення обмоток; ψ – робоче потокозчеплення осердя трансформатора; α' – величина, обернена статичній індуктивності трансформатора.

Систему диференціальних рівнянь (1), (2) можна записати відносно робочих потокозчеплень та струму вторинної обмотки

$$\frac{d\psi}{dt} = g_1 \frac{d\Psi_1}{dt} + g_2 \frac{d\Psi_2}{dt}, \quad g_1 = \frac{\alpha_1}{\alpha'' + \alpha_1 + \alpha_2}, \quad g_2 = \frac{\alpha_2}{\alpha'' + \alpha_1 + \alpha_2} \quad (4)$$

$$\frac{di_2}{dt} = a_{21} \frac{d\Psi_1}{dt} + a_{22} \frac{d\Psi_2}{dt}, \quad a_{21} = -\alpha_2 g_1, \quad a_{22} = \alpha_2 (1 - g_2) \quad (5)$$

Відносно струму i_1 нема потреби записувати диференціальне рівняння, бо його можна визначити аналітично, згідно (1), а саме

$$i_1 = \alpha'(\psi)\psi - i_2 \quad (6)$$

Систему рівнянь стану (4), (5), (3) запишемо одним матричним виразом

$$\frac{dX}{dt} = BZ(t) \quad (7)$$

де $X = [\psi, i_2, u_C]^T$ – вектор змінних стану; $Z(t)$ – вектор часових функцій
 $Z(t) = \left[u_1 - r_1 i_1, -u_C - r_2 i_2, i_2 - \frac{u_C}{R_H} \right]^T$; $B = \text{diag}[M, C^{-1}]$ – матриця коефіцієнтів;

$$M = \begin{bmatrix} g_1 & g_2 \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \quad (8)$$

Отримані рівняння необхідно доповнити умовою закривання тиристорів T_1, T_3 .

$$i_2 = 0, \frac{di_2}{dt} < 0 \quad (9)$$

Запишемо рівняння стану другого випадку комбінації тиристорів, коли T_1, T_3 – закриті, T_2, T_4 – відкриті. Зміни відбудуться в рівняннях (2), (3)

$$\frac{d\Psi_1}{dt} = u_1 - r_1 i_1, \frac{d\Psi_2}{dt} = u_C - r_2 i_2 \quad (10)$$

$$\frac{du_C}{dt} = C^{-1} \left(-i_2 - \frac{u_C}{R_H} \right) \quad (11)$$

Рівняння (4), (5), (11) запишемо одним матричним виразом (7), де $X = [\psi, i_2, u_C]^T$,

$$Z(t) = \left[u_1 - r_1 i_1, u_C - r_2 i_2, -i_2 - \frac{u_C}{R_H} \right]^T.$$

Тиристори T_2, T_4 відкриті, тому необхідно контролювати умову їх закриття

$$i_2 = 0, \frac{di_2}{dt} > 0 \quad (12)$$

Запишемо рівняння стану третього випадку, коли всі тиристори закриті. Така комбінація тиристорів можлива якщо в навантаженні присутній конденсатор. Тут виникає ситуація коли актуальна відкрита пара тиристорів закривається, а наступна пара не може відкритися. Це обумовлено від'ємною напругою, яка визначається різницею між вихідною напругою трансформатора і напругою конденсатора. Далі конденсатор розряджається на навантаження і в певний момент часу напруга вихідна напруга трансформатора стає більшою від напруги конденсатора. В цей момент відкривається наступна пара тиристорів. При чисто активному навантаженні буде відбуватися почергове переключення пар тиристорів залежно від знаку напруги, що прикладена до них. Іншими словами, це буде визначатися полярністю вихідної напруги трансформатора. Коли всі тиристори закриті, рівняння (1) будуть мати вигляд

$$i_1 = \alpha_1(\Psi_1 - \psi), i_2 = 0, \Psi_2 = \psi, i_1 = \varphi(\psi) \quad (13)$$

а рівняння електричних контурів (2), (3) запишуться так

$$\frac{d\Psi_1}{dt} = u_1 - r_1 i_1 \quad (14)$$

$$\frac{du_C}{dt} = -\frac{u_C}{R_H C} \quad (15)$$

Рівняння (4) – (6) набудуть вигляду

$$\frac{d\psi}{dt} = g_1 \frac{d\Psi_1}{dt}, g_1 = \frac{\alpha_1}{\alpha'' + \alpha_1} \quad (16)$$

$$i_1 = \alpha'(\psi)\psi \quad (17)$$

Рівняння (16), (15) запишемо одним матричним виразом (7), де $X = [\psi, u_C]^T$; $Z(t) = \left[u_1 - r_1 i_1, \frac{u_C}{R_H} \right]^T$; $B = \text{diag}[M, C^{-1}]$; $M = g_1$.

Якщо всі тиристори закриті, тоді необхідно обчислити напругу u_{13} на парах тиристорів T_1, T_3 та напругу u_{24} на парах тиристорів T_2, T_4 , щоб визначити умови їх відкривання

$$u_{13} = -\frac{d\psi}{dt} - u_C \quad (18)$$

$$u_{24} = \frac{d\psi}{dt} - u_C \quad (19)$$

Якщо виконається умова $u_{13} > 0$, тоді відкриваються тиристори T_1, T_3 . Якщо виконається умова $u_{24} > 0$, тоді відкриваються тиристори T_2, T_4 . Якщо не

виконується жодна умова тоді всі тиристори будуть закритими. Коли відбувається перемикання на тиристори $T_5 - T_8$, то в такому випадку змінюються знаки в умовах відкриття.

Порівнюючи вирази (2), (3), (10), (11), (14), (15) приходимо до висновку, що необхідно додати три додаткові логічні змінні. Перша буде контролювати яка пара тиристорів є відкритою. Друга буде моделювати режим, коли всі тиристори закриті, а третя буде визначати коли вмикаються тиристори $T_5 - T_8$.

Тоді з врахуванням змінних k_1, k_2 рівняння електричних контурів можна узагальнити, а саме

$$\frac{d\Psi_2}{dt} = -k_1 u_C - r_2 i_2 \quad (20)$$

$$\frac{du_C}{dt} = C^{-1} \left(k_1 i_2 - \frac{u_C}{R_H} \right) \quad (21)$$

$$g_1 = \alpha_1 g, g_2 = k_2 \alpha_2 g, g = (\alpha'' + \alpha_1 + k_2 \alpha_2)^{-1} \quad (22)$$

$$a_{21} = -k_2 \alpha_2 g_1, a_{22} = k_2 \alpha_2 (1 - g_2) \quad (23)$$

Слід зауважити, що між виразами $k_1 i_2$ та $mod(i_2)$ немає жодної різниці, бо $k_1 = sign(i_2)$, тому при написанні програми доцільно скористатися другим виразом.

Якщо виконається умова закривання тиристорів (9), або (12), тоді додаткова логічна змінна k_2 набуває значення 0. Якщо виконується хоча б одна з умов відкриття тиристорів $u_{13} > 0, u_{24} > 0$, тоді логічна змінна k_1 набуває значення 1. Аналіз перехідних процесів подільника частоти зводиться до числового інтегрування системи нелінійних диференціальних рівнянь (10) при довільних початкових умовах.

Щоб врахувати перемикання запаралелених тиристорів T_5, T_6, T_7, T_8 необхідно запровадити ще одну логічну змінну ε . Вона також набуває значень ± 1 . Тоді слід уточнити умови відкриття тиристорів

$$u_{13} = \left(-\frac{d\psi}{dt} - u_C \right) \varepsilon \quad (24)$$

$$u_{24} = \left(\frac{d\psi}{dt} - u_C \right) \varepsilon \quad (25)$$

а додаткова логічна змінна визначається виразом $k_1 = \varepsilon \cdot sign(i_2)$.

Алгоритм перемикання змінної ε визначається частотою яку ми хочемо отримати на виході. Слід зауважити, що для звичайних тиристорів значення частоти не може бути довільним, бо тиристор неможливо закрити поки на ньому є додатна напруга.

Тому частота напруги навантаження буде визначатися виразом

$$f_H = f_{ж} / n \quad (26)$$

де $f_{ж}$ – частота напруги живлення, f_H – частота напруги навантаження. Отже, пристрій належить до класу зі змінною структурою, де кількість інтегрованих змінних від комутації до комутації теж змінюється. Це ускладнює аналіз і вимагає спеціальних методів, здатних адаптуватися до таких змін. Тому тут для аналізу усталених режимів можна застосовувати екстраполяційний ε -алгоритм [7], який дозволяє ефективно визначати періодичні режими таких систем.

4. Екстраполяційний ε -алгоритм

Екстраполяційні методи спрямовані на прискорення збіжності послідовностей або рядів, що повільно сходяться. Вони працюють шляхом побудови нових послідовностей, які швидше наближаються до границі, використовуючи інформацію про структуру вихідних даних. Основна ідея полягає в тому, щоб усунути домінуючі члени похибки, які уповільнюють збіжність.

Відомими прикладами є ε -алгоритм. Екстраполяційний ε -алгоритм — це чисельний метод прискорення збіжності повільно наближаючих послідовностей, заснований на побудові таблиці Вінна з рекурентними співвідношеннями. Початкові значення таблиці визначаються елементами вихідної послідовності, а наступні — обчислюються для наближення її границі зі зменшенням похибки. Алгоритм широко застосовується в чисельному аналізі, наприклад, для обчислення інтегралів, розв'язання диференціальних рівнянь і оцінки лімітів. Екстраполяційні методи цільову функцію використовують у вигляді $\lim_{n \rightarrow \infty} X(nT)$.

Інтегруючи рівняння стану (7) на d періодах, породжуємо ряд дискретних значень змінних стану

$$X^{(1)}, X^{(2)}, \dots, X^{(d)} \quad (27)$$

де $X^{(d)} = X(dT)$ — період напруги живлення. Для ряду (27) застосовуємо екстраполяційну формулу для визначення границі ряду

$$X(0) = \text{EXTR}(X^{(1)}, X^{(2)}, \dots, X^{(d)}) \quad (28)$$

де $X(0)$ — початкові умови, що задовольняють умову періодичності.

Для реалізації функції (28) скористаємося ε -алгоритмом [7]. Він дає можливість визначити до чого прямує ряд (27), якщо він має експоненціальні складові. Формула для обчислення наступного значення $X_{s+1}^{(r)}$ має вигляд

$$X_{s+1}^{(r)} = X_{s-1}^{(r+1)} + \left(X_s^{(r+1)} - X_s^{(r)} \right)^{-1}; s = 0, 1, \dots, m-1; r = 0, 1, \dots, m-s-1 \quad (29)$$

де $X_{-1}^{(r)} = 0; r = 1, 2, \dots, m; X_0^{(r)} = X(rT); r = 0, 1, \dots, m$. Результатом

екстраполяції, згідно EXTR в (28) буде $X(0) = X_m^{(0)}$. В (29) використовується процедура обертання Самельсона $V^{-1} = V / \sum_{k=1}^n V_k^2$, де V_k — k -й елемент n -мірної колонки V . Для систем розмірності n значення $n = 2m$. На жаль, не існує строгого критерію вибору d , тому тут можливий лише евристичний підхід. Таким чином, основний недолік екстраполяційних методів полягає в необхідності інтегрування рівнянь динаміки на значному інтервалі часу.

5. Результати комп'ютерного симулювання

На рис. 2 – 5 наведено розрахункові криві аналізу перехідного процесу подільника частоти, що працює на активне навантаження. Числові розрахунки були виконані при таких параметрах: $r_1 = 2 \text{ Ом}; r_2 = 3.6 \text{ Ом}; R_H = 80 \text{ Ом}; \alpha_1 = 270 \text{ Гн}^{-1}; \alpha_2 = 270 \text{ Гн}^{-1}; C = 80 \text{ мкФ}$. Крива намагнення апроксимована виразом з вибором розрахункової формули

$$\varphi(\psi) = \begin{cases} a_1\psi, & |\psi| > \psi_1, \\ S_3(\psi), & \psi_1 \leq |\psi| \leq \psi_2 \\ a_2\psi - a_0, & |\psi| > \psi_2 \end{cases} \quad (30)$$

де $a_1 = 0.25 \text{ Гн}^{-1}$; $a_2 = 3.5 \text{ Гн}^{-1}$; $a_0 = 2.15 \text{ А}$; $\psi_1 = 0.2 \text{ Вб}$; $\psi_2 = 0.9 \text{ Вб}$; $\varphi(\psi_1) = 0.05 \text{ А}$; $\varphi(\psi_2) = 1 \text{ А}$; $S_3(\psi)$ – кубічний сплайн. Зауважимо, що $\alpha''(\psi_1) = a_1$, $\alpha''(\psi_2) = a_2$. Напряга живлення задана виразом $u_1 = 311\sin(314.1593t + 4.3) \text{ В}$.

Як бачимо, при використанні звичайних тиристорів неможливо досягнути синусоїдальної форми вихідного сигналу. Це обумовлено тим, що тиристор неможливо закрити напругою керування, якщо на ньому додатна напруга. Правда, покращити результат можливо з допомогою зміни кута запалювання тиристорів. Але якщо використати спеціалізовані тиристори, які закриваються напругою керування, то можна вихідну напругу наближувати до синусоїдальної. Отже, змінюючи частоту напруги керування, можна змінювати частоту напруги навантаження. Єдина проблема цієї схеми — відсутність можливості плавного регулювання частоти, лише дискретного. Крім того, для отримання якіснішої синусоїди необхідно враховувати гармонійні спотворення, які можуть виникати в результаті нелінійності роботи тиристорів, а також передбачити систему фільтрації вищих гармонік. Використання сучасних силових напівпровідникових елементів, таких як IGBT чи GTO-тиристори [8], може значно покращити характеристики схеми, дозволяючи досягти більш плавного регулювання і вищої якості вихідного сигналу.

Нижче наводимо фрагмент коду перемикання тиристорів:

```

if ((t < T * nk) && n2 == 0.)eps = 1.;
else
  if ((t < 2. * T * nk) && n2 == 0.)eps = -1.;
  else
    if ((t < 3. * T * nk) && n2 == 0.)eps = 1.;
    else
      if ((t < 4. * T * nk) && n2 == 0.)eps = -1.;
      else
        if ((t < 5. * T * nk) && n2 == 0.)eps = 1.;
        else
          if ((t < 6. * T * nk) && n2 == 0.)eps = -1.;
          else
            if ((t < 7. * T * nk) && n2 == 0.)eps = 1.;
            else
              if ((t < 8. * T * nk) && n2 == 0.)eps = -1.;
              else
                if ((t < 9. * T * nk) && n2 == 0.)eps = 1.;
                else
                  if (n2 == 0.)eps = -1.;

```

тут n – коефіцієнт дискретної зміни частоти, який може набувати таких значень: 0.5, 1, 1.5, 2, 2.5, ...; $n2 = 0$, коли всі тиристори закриті.

На рис. 2 наведена крива перехідного процесу напруги навантаження для $n = 5.5$.

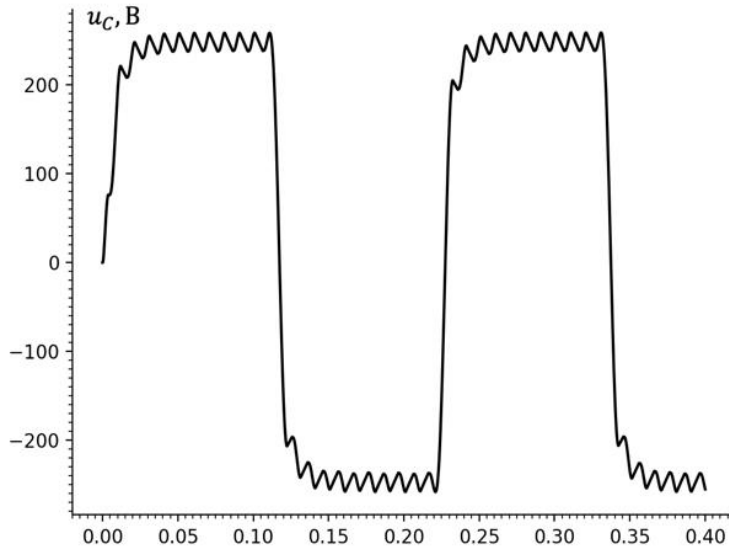


Рис. 2. Крива перехідного процесу напруги навантаження для $n = 5.5$

На рис. 3 наведена крива перехідного процесу напруги навантаження для $n = 3.5$.

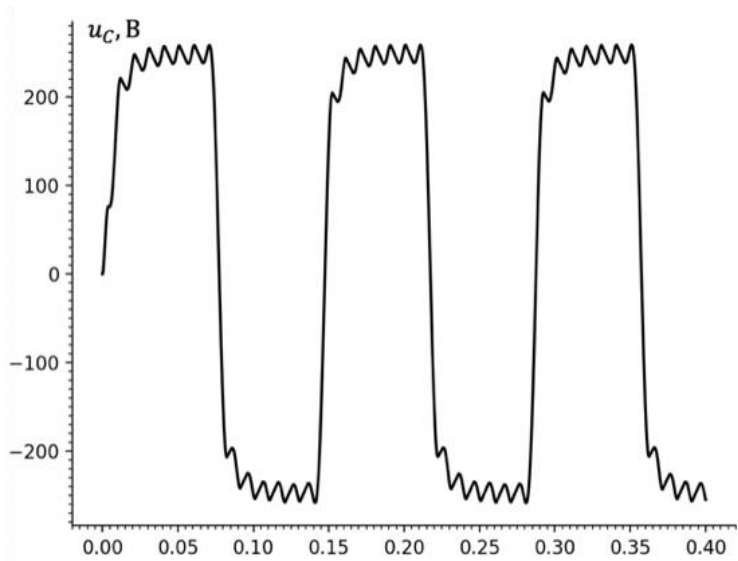


Рис. 3. Крива перехідного процесу напруги навантаження для $n = 3.5$

На рис. 4 наведена аналогічна крива для струму вторинної обмотки трансформатора для $n = 5.5$.

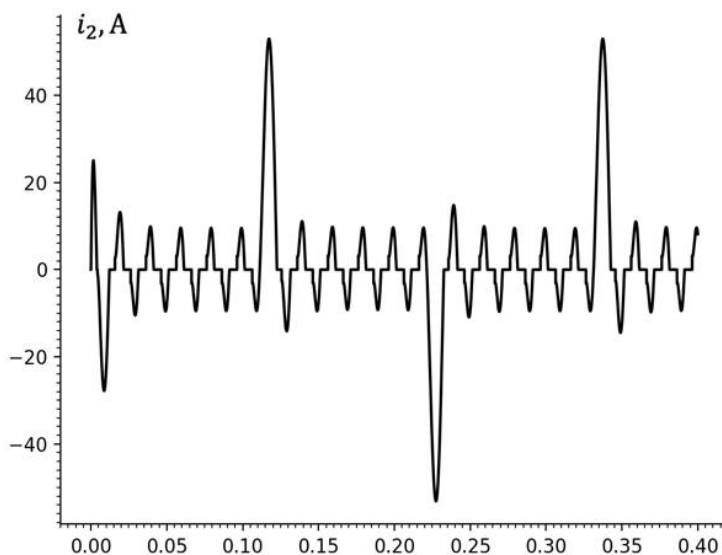


Рис. 4. Крива перехідного процесу струму вторинної обмотки трансформатора для $n = 5.5$

На рис. 5 наведена крива для струму вторинної обмотки трансформатора для $n = 3.5$.

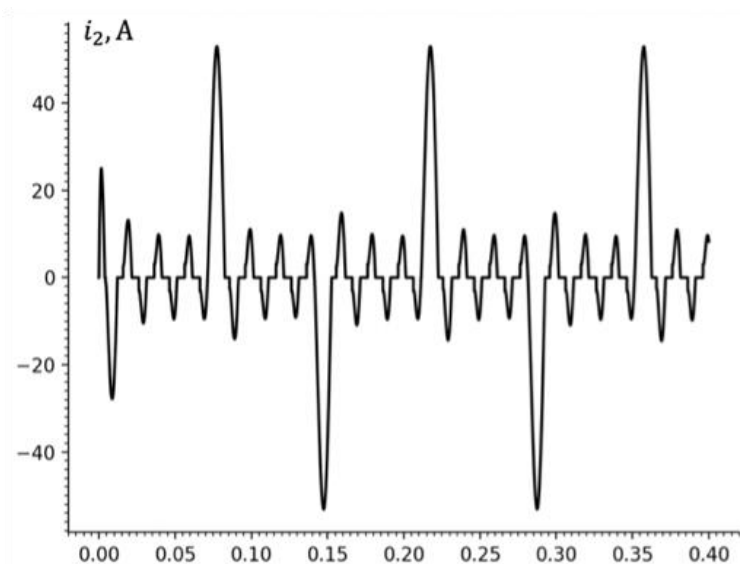


Рис. 5. Крива перехідного процесу струму вторинної обмотки трансформатора для $n = 3.5$

Висновки. У цьому дослідженні була розроблена математична модель тиристорного подільника частоти, яка дає можливість записувати рівняння стану в нормальній формі Коші. Застосування додаткових логічних змінних для моделювання роботи тиристорів як ідеальних ключів значно оптимізувало модель

у порівнянні з підходом заміни тиристорів RLC-ланками. Такий підхід дозволив уникнути жорстких диференціальних рівнянь, які потребують неявних методів чисельного інтегрування, що, у свою чергу, скоротило обчислювальні витрати та підвищило ефективність моделювання.

Результати комп'ютерного симулювання підтвердили, що запропонована модель забезпечує точне відтворення фізичних процесів у тиристорному подільнику частоти, дозволяючи стабілізувати вихідний сигнал та зменшити вплив гармонійних спотворень. Регулювання кута запалювання тиристорів та частоти напруги керування дозволяє наближати вихідну напругу до синусоїдальної, що є важливим для якісної роботи системи.

У подальших дослідженнях доцільно розглянути вплив спеціалізованих тиристорів, таких як GTO або IGBT, на форму вихідного сигналу, а також розробити адаптивні алгоритми керування, які автоматично підлаштовуватимуться до змінних умов експлуатації. Окрему увагу варто приділити інтеграції методів зниження гармонійних спотворень, таких як використання фільтрів чи новітніх технічних рішень.

Таким чином, запропонована модель є ефективним інструментом для аналізу та оптимізації тиристорних подільників частоти. Вона має значний потенціал для подальшого вдосконалення та застосування в сучасних системах енергетичних перетворень, сприяючи підвищенню їхньої ефективності та стабільності.

Література

- [1] Hassan, A., Kandil, M., & Mobarka, A. (2021). An Integrated 3-Phase Gate Driver for Thyristor-Operated Control-Systems.(Dept.E). MEJ. Mansoura Engineering Journal. doi:10.21608/BFEMU.2021.182367.
- [2] Emadi, A. (2004). Modeling and Analysis of Multiconverter DC Power Electronic Systems Using the Generalized State-Space Averaging Method. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 51(3), 661–668. doi:10.1109/tie.2004.825339.
- [3] Wang, X., & Weile, D. (2011). Implicit Runge-Kutta Methods for the Discretization of Time Domain Integral Equations. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 59, 4651-4663. doi:10.1109/TAP.2011.2165469.
- [4] Keyhani, A., & Miri, S. (1988). Nonlinear modeling of magnetic saturation and hysteresis in an electromagnetic device. Electric Power Systems Research, 15, 15-23. doi:10.1016/0378-7796(88)90035-1.
- [5] Robinson, F. V. P. (1997). Power electronics converters, applications and design. Microelectronics Journal, 28(1), 105–106. doi:10.1016/s0026-2692(97)87859-7.
- [6] R. W. Erickson, D. Maksimovic (2020). "Fundamentals of Power Electronics". Springer Charm. doi:10.1007/978-3-030-43881-4.
- [7] Skelboe S. Computing of the periodic steady-state response of non-linear networks by extrapolation methods // IEEE Trans. Circuits Syst. – 1980. – V. CAS–27. – P. 161 – 175.
- [8] Bernet, S., Teichmann, R., Zuckerberger, A., & Steimer, P. (1999). Comparison of high-power IGBT's and hard-driven GTO's for high-power inverters. IEEE Transactions on Industry Applications, 35, 487-495. doi:10.1109/28.753645.

Mathematical Model of a Thyristor-Based Frequency Divider Using a Single-Phase Bridge Rectifier

Denys Khomiuk, Volodymyr Samoty

This paper introduces a comprehensive mathematical model for a thyristor-based frequency divider, employing a single-phase bridge rectifier as the core component. The primary goal of this research is to enhance the quality of the output signal in power conversion and control systems by stabilizing sinusoidal waveforms and minimizing harmonic distortions. Such improvements are critical for achieving high efficiency, stability, and performance across a broad spectrum of operational frequencies. The model innovatively leverages logical variables to simulate thyristors as ideal switches, replacing the traditional RLC-circuit-based modeling approaches. This approach eliminates the computational challenges posed by stiff differential equations, enabling more efficient and precise numerical integration. By capturing the switching dynamics of thyristors and the nonlinear interactions within the system, the proposed model offers a highly accurate representation of the physical processes governing the operation of the frequency divider. Simulation results validate the efficacy of the model in reproducing key operational characteristics, such as the stability of output signals and the reduction of harmonic distortions. The study also demonstrates how adjusting the firing angle of the thyristors and the control signal frequency can approximate a sinusoidal output waveform, which is essential for applications demanding high-quality power signals. Looking forward, the paper outlines a roadmap for future research aimed at enhancing the capabilities of thyristor-based systems. This includes the integration of advanced semiconductor devices like Gate Turn-Off (GTO) thyristors and Insulated-Gate Bipolar Transistors (IGBTs), which promise to further refine signal quality and support smoother frequency regulation. Additionally, the development of adaptive control algorithms tailored to real-time operational changes will be explored, enabling dynamic optimization and robust performance under variable load conditions.

Keywords: *thyristor-based frequency divider, single-phase bridge rectifier, mathematical model, extrapolation ε -algorithm*

08.11.24