

Аналіз термомеханічної поведінки тришарової прямокутної пластини структури «кераміка-метал-кераміка», зумовленої нестационарним конвективним нагріванням

Роман Мусій¹, Мирослава Клапчук², Олександр Назарук³, Інга Свідрак⁴, Валентин Шиндер⁵

¹ д. ф.-м. н., професор, Національний університет «Львівська політехніка», вул. Ст. Бандери, 12, 79013, Львів, email: roman.s.musii@lpnu.ua

²к. ф.-м. н., доцент, Національний університет «Львівська політехніка», вул. Ст. Бандери, 12, 79013, Львів, email: myroslava.i.klapchuk@lpnu.ua

³аспірант, Міжнародний економіко-гуманітарний університет ім. акад. Степана Дем'янчука, вул. Ст. Дем'янчука, 4, Рівне, email: o.nazaruk@gmail.com

⁴к. т. н., доцент, Національний університет «Львівська політехніка», вул. Ст. Бандери, 12, 79013, Львів, email: inha.g.svidrak@lpnu.ua

⁵к. ф.-м. н., доцент, Національний університет «Львівська політехніка», вул. Ст. Бандери, 12, 79013, Львів, email: valentyn.k.shynder@lpnu.ua

Розглянуто прямокутну ізотропну шарувату пластину, яка конвективно нагрівається зовнішнім середовищем. Термонапружений стан пластини визначається у два етапи. На першому етапі зі співвідношень нестационарної задачі теплопровідності визначається нестационарне температурне поле. На другому етапі з використанням п'ятимодальної математичної моделі зсувної теорії термонапруженості визначаються параметри напружено-деформованого стану. Для побудови загальних розв'язків нестационарної задачі теплопровідності та квазістатичної задачі термонапруженості для шарнірно опертої на краях розглядуваної пластини застосовано інтегральні перетворення Фур'є і Лапласа. Для аналізу вибрано варіант структури шарів пластини «кераміка-метал-кераміка». Чисельно проаналізовано температурне поле, радіальні прогини, нормальні зусилля і напруження та згинні моменти залежно від геометричних параметрів тришарової пластини та безрозмірного критерію Біо.

Ключові слова: тришарова пластинка, кераміка-метал-кераміка, конвективне нестационарне нагрівання, температура, термонапружений стан.

Вступ. Багатошарові елементи конструкцій, що працюють в умовах високих температур, часто використовують в різних галузях сучасної техніки. Властивості багатошаровості конструкцій використовуються для їх захисту від агресивного зовнішнього середовища, теплоізоляції або інтенсифікації передачі тепла та для зміцнення і підвищення надійності конструкцій. Тому дослідження термомеханічної поведінки багатошарових елементів конструкцій є актуальним інженерно-технічним завданням.

Дослідженню поведінки шаруватих елементів конструкцій присвячено, зокрема, роботи [1-3]. Точні розв'язки задач термонапруженості шаруватих пластин на основі тривимірних рівнянь побудовані в працях [4, 5]. Уточнені моделі на основі двовимірних рівнянь викладено в роботах [6-8]. Аналітичні розв'язки згину.

1. Визначення температурного поля.

Розглянемо прямокутну пластину з розмірами $a \times b$ і сталою товщиною $2h$, яка виготовлена з неоднорідного в поперечному напрямку ізотропного матеріалу. Точки простору пластини належать до декартової системи координат x, y, z і займають область $[0, a] \times [0, b] \times [-h, h]$.

Нехай в початковий момент часу температура пластини дорівнює нулю. Починаючи з моменту $\tau > 0$, пластина нагрівається довкіллям, температура якого на поверхні $z = +h$ дорівнює $t_c^+(x, y, \tau) = t_c(x, y)t^+(\tau)$, а на поверхні $z = -h$ – $t_c^-(x, y, \tau) = 0$. Функція $t^+(\tau)$ описує часову зміну температури середовища на поверхні $z = +h$. Між довкіллям і поверхнями $z = \pm h$ відбувається конвективний теплообмін зі сталим коефіцієнтом тепловіддачі α_z . Температурне поле пластини $t(x, y, \tau)$ визначаємо зі системи двовимірних рівнянь теплопровідності за лінійної залежності температури від поперечної координати [7]

$$\begin{aligned} A^\lambda \Delta T_1 - 2\alpha_z T_1 + B^\lambda \Delta T_2 - A^c \frac{\partial T_1}{\partial \tau} - B^c \frac{\partial T_2}{\partial \tau} &= -\alpha_z t_c^+, \\ B^\lambda \Delta T_1 + D^\lambda \Delta T_2 - \left(\frac{A^\lambda}{h^2} + 2\alpha_z \right) T_2 - B^c \frac{\partial T_1}{\partial \tau} - D^c \frac{\partial T_2}{\partial \tau} &= -\alpha_z t_c^+, \end{aligned} \quad (1)$$

де

$$\{A^\lambda, B^\lambda, D^\lambda\} = \int_{-h}^h \lambda(z) \{1, z/h, (z/h)^2\} dz; \quad \{A^c, B^c, D^c\} = \int_{-h}^h c_v(z) \{1, z/h, (z/h)^2\} dz; \quad (2)$$

$$\Delta = (\partial_{11}^2 + \partial_{22}^2); \quad T_j = \frac{2j-1}{2h^j} \int_{-h}^h t z^{j-1} dz, \quad (j=1,2); \quad c_v = c\rho; \quad \partial_1 = \partial/\partial x; \quad \partial_2 = \partial/\partial y;$$

$\lambda(z)$ – коефіцієнт теплопровідності; $c(z)$ – питома теплоємність; $\rho(z)$ – питома густина; τ – змінна часу; $t(x, y, \tau)$ – функція температурного поля.

Систему (1) на інтегральні характеристики температури T_1 і T_2 на краях пластинки розв'язуємо за однорідних граничних

$$x=0, a: \quad T_1 = T_2 = 0, \quad y=0, b: \quad T_1 = T_2 = 0 \quad (3)$$

і нульових початкових умов

$$\tau=0: \quad T_1 = T_2 = 0. \quad (4)$$

З використанням інтегрального перетворення Лапласа за часом τ і скінченного перетворення Фур'є за координатами x і y отримуємо загальні розв'язки системи (1) у вигляді

$$\begin{aligned} T_1 &= \frac{1}{2C^*} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1, i \neq j=1}^{\infty} \sum_2 \frac{Q_{nm} Z_j(\tau') \text{Bi}}{P_j - P_i} \left[(C_3 p_j - g_4) - (C_2 p_j - g_2) \right] \sin \frac{\pi n}{a} x \sin \frac{\pi m}{b} y, \\ T_2 &= \frac{1}{2C^*} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1, i \neq j=1}^{\infty} \sum_2 \frac{Q_{nm} Z_j(\tau') \text{Bi}}{P_j - P_i} \left[(C_1 p_j - g_1) - (C_2 p_j - g_3) \right] \sin \frac{\pi n}{a} x \sin \frac{\pi m}{b} y. \end{aligned} \quad (5)$$

Тут

$$g_1 = \Lambda_1(\mu_n^2 + \mu_m^2) + Bi; \quad g_2 = g_3 = \Lambda_2(\mu_n^2 + \mu_m^2); \quad g_4 = \Lambda_3(\mu_n^2 + \mu_m^2) + Bi + \Lambda_1;$$

$$Bi = \frac{\alpha_z h}{\lambda_0}; \quad \mu_n = \frac{h\pi n}{a}; \quad \mu_m = \frac{h\pi m}{b}; \quad \tau' = \frac{\lambda_0}{c_v^0 h^2} \tau; \quad C^* = C_1 C_3 - (C_2)^2;$$

$$\{\Lambda_1, \Lambda_2, \Lambda_3\} = \frac{1}{2h\lambda_0} \{A^\lambda, B^\lambda, D^\lambda\}; \quad \{C_1, C_2, C_3\} = \frac{1}{2hc_v^0} \{A^c, B^c, D^c\};$$

λ_0 і c_v^0 – деякі характерні коефіцієнти теплопровідності і теплоємності відповідно; p_1 і p_2 – корені квадратного рівняння

$$C^* p^2 + [C_1 g_4 + C_3 g_1 - C_2 (g_3 + g_2)] p + g_1 g_4 - g_2 g_3 = 0;$$

$$Q_{mn} = \frac{4}{ab} \int_0^a \int_0^b t_c(x, y) \sin \frac{\pi n}{a} x \sin \frac{\pi m}{b} y dx dy, \quad (6)$$

$$Z_j(\tau') = \int_0^{\tau'} t^+(v) e^{-p_j(\tau'-v)} dv, \quad (j=1,2). \quad (7)$$

2. Визначення термонапруженого стану.

Для дослідження термонапруженого стану пластини, спричиненого температурним полем (5), використаємо основні рівняння термопружності на основі зсувної теорії першого порядку [7], записані для ізотропних пластин через узагальнені переміщення u_i, w, γ_i ($i=1,2$).

Фізичні рівняння для напружень в довільній точці пластини

$$\sigma_{11} = \frac{E(z)}{1-\nu^2} [\partial_1 u_1 + \nu \partial_2 u_2 + z(\partial_1 \gamma_1 + \nu \partial_2 \gamma_2) - (1+\nu) \alpha_t(z) t],$$

$$\sigma_{22} = \frac{E(z)}{1-\nu^2} [\partial_2 u_2 + \nu \partial_1 u_1 + z(\partial_2 \gamma_2 + \nu \partial_1 \gamma_1) - (1+\nu) \alpha_t(z) t],$$

$$\sigma_{12} = \frac{E(z)}{2(1+\nu)} (\partial_2 u_1 + \partial_1 u_2), \quad \sigma_{13} = \frac{E(z)}{2(1+\nu)} (\gamma_1 + \partial_1 w), \quad \sigma_{23} = \frac{E(z)}{2(1+\nu)} (\gamma_2 + \partial_2 w), \quad (8)$$

де $E(z)$ і $\alpha_t(z)$ – модуль пружності і коефіцієнт теплового лінійного розширення, які залежать від координати z ; ν – коефіцієнт Пуассона, який вважаємо сталим; u_i, w – переміщення точок в серединній поверхні; γ_i – кути повороту нормалі.

Фізичні рівняння для зусиль і моментів в серединній поверхні

$$N_1 = A(\partial_1 u_1 + \nu \partial_2 u_2) + B(\partial_1 \gamma_1 + \nu \partial_2 \gamma_2) - A^t T_1 - B^t T_2 / h,$$

$$N_2 = A(\partial_2 u_2 + \nu \partial_1 u_1) + B(\partial_2 \gamma_2 + \nu \partial_1 \gamma_1) - A^t T_1 - B^t T_2 / h,$$

$$M_1 = B(\partial_1 u_1 + \nu \partial_2 u_2) + D(\partial_1 \gamma_1 + \nu \partial_2 \gamma_2) - B^t T_1 - D^t T_2 / h,$$

$$M_2 = B(\partial_2 u_2 + \nu \partial_1 u_1) + D(\partial_2 \gamma_2 + \nu \partial_1 \gamma_1) - B^t T_1 - D^t T_2 / h,$$

$$N_{12} = \frac{1-\nu}{2} (A(\partial_1 u_2 + \partial_2 u_1) + B(\partial_1 \gamma_2 + \partial_2 \gamma_1)),$$

$$M_{12} = \frac{1-\nu}{2} (B(\partial_1 u_2 + \partial_2 u_1) + D(\partial_1 \gamma_2 + \partial_2 \gamma_1)),$$

$$Q_1 = k'A \frac{1-\nu}{2} (\gamma_1 + \partial_1 w),$$

$$Q_2 = k'A \frac{1-\nu}{2} (\gamma_2 + \partial_2 w). \quad (9)$$

Тут

$$\{A, B, D\} = \frac{1}{1-\nu^2} \int_{-h}^h E(z) \{1, z, z^2\} dz; \quad \{A', B', D'\} = \frac{1}{1-\nu} \int_{-h}^h E(z) \alpha_t(z) \{1, z, z^2\} dz;$$

N_i, N_{12}, Q_i – нормальні, зсувні і перерізуючі зусилля відповідно; M_i, M_{12} – згинні і крутячі моменти; k' – коефіцієнт зсуву [20].

Рівняння рівноваги

$$A \left(\partial_{11}^2 + \frac{1-\nu}{2} \partial_{22}^2 \right) u_1 + A \frac{1+\nu}{2} \partial_{12}^2 u_2 + B \left(\partial_{11}^2 + \frac{1-\nu}{2} \partial_{22}^2 \right) \gamma_1 + B \frac{1+\nu}{2} \partial_{12}^2 \gamma_2 = A' \partial_1 T_1 + B' \partial_1 T_2 / h,$$

$$A \frac{1+\nu}{2} \partial_{12}^2 u_1 + A \left(\partial_{22}^2 + \frac{1-\nu}{2} \partial_{11}^2 \right) u_2 + B \frac{1+\nu}{2} \partial_{12}^2 \gamma_1 + B \left(\partial_{22}^2 + \frac{1-\nu}{2} \partial_{11}^2 \right) \gamma_2 = A' \partial_2 T_1 + B' \partial_2 T_2 / h,$$

$$\left[\frac{1-\nu}{2} A k' (\partial_1^2 + \partial_2^2) \right] w + \frac{1-\nu}{2} A k' \partial_1 \gamma_1 + \frac{1-\nu}{2} A k' \partial_2 \gamma_2 = 0,$$

$$B \left(\partial_{11}^2 + \frac{1-\nu}{2} \partial_{22}^2 \right) u_1 + B \frac{1+\nu}{2} \partial_{12}^2 u_2 - \frac{1-\nu}{2} A k' \partial_1 w + \left[D \left(\partial_{11}^2 + \frac{1-\nu}{2} \partial_{22}^2 \right) - \frac{1-\nu}{2} k'A \right] \gamma_1 +$$

$$+ D \frac{1+\nu}{2} \partial_{12}^2 \gamma_2 = B' \partial_1 T_1 + D' \partial_1 T_2 / h,$$

$$B \frac{1+\nu}{2} \partial_{12}^2 u_1 + B \left(\partial_{22}^2 + \frac{1-\nu}{2} \partial_{11}^2 \right) u_2 - \frac{1-\nu}{2} k'A \partial_2 w + D \frac{1+\nu}{2} \partial_{12}^2 \gamma_1 +$$

$$+ \left[D \left(\partial_{22}^2 + \frac{1-\nu}{2} \partial_{11}^2 \right) - \frac{1-\nu}{2} k'A \right] \gamma_2 = B' \partial_2 T_1 + D' \partial_2 T_2 / h. \quad (10)$$

Граничні умови на краях пластини мають вигляд

$$x=0, a: u_2 = w = \gamma_2 = 0, \quad N_1 = M_1 = 0,$$

$$y=0, b: u_1 = w = \gamma_1 = 0, \quad N_2 = M_2 = 0. \quad (11)$$

Система диференціальних рівнянь (10) разом з граничними умовами (11) складає крайову квазістатичну задачу температурних напружень для ізотропних неоднорідних прямокутних пластин в узагальнених переміщеннях. Цю задачу розв'язуємо методом скінченного подвійного перетворення Фур'є за координатами x і y . За знайденими узагальненими переміщеннями на основі формул (8) і (9) записуємо температурні напруження, зусилля і моменти.

2. Розв'язок задачі для тришарової пластини.

Як приклад на основі викладених вище загальних співвідношень розглянемо тришарову пластину. Нехай фізико-механічні характеристики її шарів відповідно дорівнюють $q^{(1)} = q^{(3)} = \{c_{ij}^{(1)}, \beta_{ii}^{(1)}, \lambda_{ii}^{(1)}, c_v^{(1)}\}$, $q^{(2)} = \{c_{ij}^{(2)}, \beta_{ii}^{(2)}, \lambda_{ii}^{(2)}, c_v^{(2)}\}$, а їхні товщини відповідно рівні $h_1 = h_3$ і h_2 , ($2h_1 + h_2 = h$). Тоді вирази для інтегральних характеристик величин $A^q = \{A, A^t, A^\lambda, A^c\}$, $B^q = \{B, B^t, B^\lambda, B^c\}$ і $D^q = \{D, D^t, D^\lambda, D^c\}$ через характеристики складових шарів пластини згідно роботи [3] визначаємо за формулами

$$A^q = 2h \left[2q^{(2)} - \frac{h_1}{h} (q^{(2)} - q^{(1)}) \right], \quad B^q = 0, \quad D^q = \frac{2h^3}{3} \left\{ q^{(1)} + (q^{(2)} - q^{(1)}) \left(1 - \frac{h_1}{h} \right)^3 \right\}. \quad (12)$$

Для числових досліджень використано такі вирази функцій розподілу температури зовнішнього середовища:

$$t_c(x, y) = t^* N(x) N(y), \quad (13)$$

$$t^+(\tau) = 1 - e^{-\beta^* \tau}. \quad (14)$$

Тут

$$N(x) = S_-(x - (x_0 - a_0)) - S_+(x - (x_0 + a_0));$$

$$N(y) = S_-(y - (y_0 - b_0)) - S_+(y - (y_0 + b_0));$$

$S_\pm(x)$ – асиметричні одиничні функції; $2a_0$ і $2b_0$ – розміри області нагріву; (x_0, y_0) – координати центра цієї області; $t^*, \beta^* = \text{const}$.

Із співвідношень (6) і (13) одержуємо вирази для коефіцієнтів Фур'є Q_{nm}

$$Q_{nm} = \frac{16t^*}{mn\pi^2} \sin \frac{\pi n a_0}{a} \sin \frac{\pi n x_0}{a} \sin \frac{\pi m b_0}{b} \sin \frac{\pi m y_0}{b}.$$

У випадку рівномірного нагрівання по всій поверхні пластини

$$\left(x_0 = \frac{a}{2}, y_0 = \frac{b}{2}, a_0 = \frac{a}{2}, b_0 = \frac{b}{2} \right) \text{ маємо } Q_{nm} = \frac{4t^*}{mn\pi^2} (1 - \cos \pi n) (1 - \cos \pi m).$$

Функцію часу обчислюємо за формулами (7) і (14)

$$Z_j(\tau') = \left[\frac{1}{p_j} (1 - e^{-p_j \tau'}) + \frac{1}{\beta^* - p_j} (e^{-\beta^* \tau'} - e^{-p_j \tau'}) \right].$$

За матеріал шарів пластини вибрано метал (Ti-6Al-4V) і кераміку (ZrO_2) з такими фізико-механічними характеристиками [13]:

метал: $\nu = 0,321$; $E_m = 66,2 \text{ GPa}$; $\alpha_m^t = 10,3 \cdot 10^{-6} 1/K$; $\lambda_m = 18,1 \text{ W/mK}$;

$c = 808,3 \text{ J/kgK}$;

кераміка: $\nu = 0,333$; $E_c = 117 \text{ GPa}$; $\alpha_c^t = 7,11 \cdot 10^{-6} 1/K$; $\lambda_c = 2,036 \text{ W/mK}$;

$c = 615,6 \text{ J/kgK}$.

Значення інших параметрів такі: $h/a = 0,025$; $a/b = 1$; $k' = 5/6$; $\tau' = 3$;

$$E_0 = 10^2 \text{ GPa} \quad \alpha_0' = 10^{-5} 1/\text{K}; \quad \lambda_0 = 1 \text{ W/mK}; \quad c_0 = 6 \cdot 10^2 \text{ J/kgK}.$$

Обчислено безрозмірні температуру $t' = t/t^*$, температурні характеристики $T_i' = \frac{T_i}{t^*}$, радіальні прогини $w' = \frac{w}{ht^* \alpha_0'}$, нормальні зусилля $N_1' = \frac{N_1}{t^* h E_0 \alpha_0'}$, згинні моменти $M_1' = \frac{M_1}{t^* h^2 E_0 \alpha_0'}$ і нормальні напруження $\sigma_{11}' = \frac{\sigma_{11}}{t^* E_0 \alpha_0'}$ в центрі квадратної тришарової пластини типу кераміка/метал/кераміка (К/М/К) за рівномірного розподілу температури довкілля по поверхні. Аналіз термонапруженого стану для іншого типу структури (М/К/М) тришарової пластини наведено у праці [21].

На рис.1 приведені значення вказаних безрозмірних величин для $Bi=1$, $\beta^* = 0,5$ і різних значень відношення h_2/h_1 товщини середнього шару до лицевого.

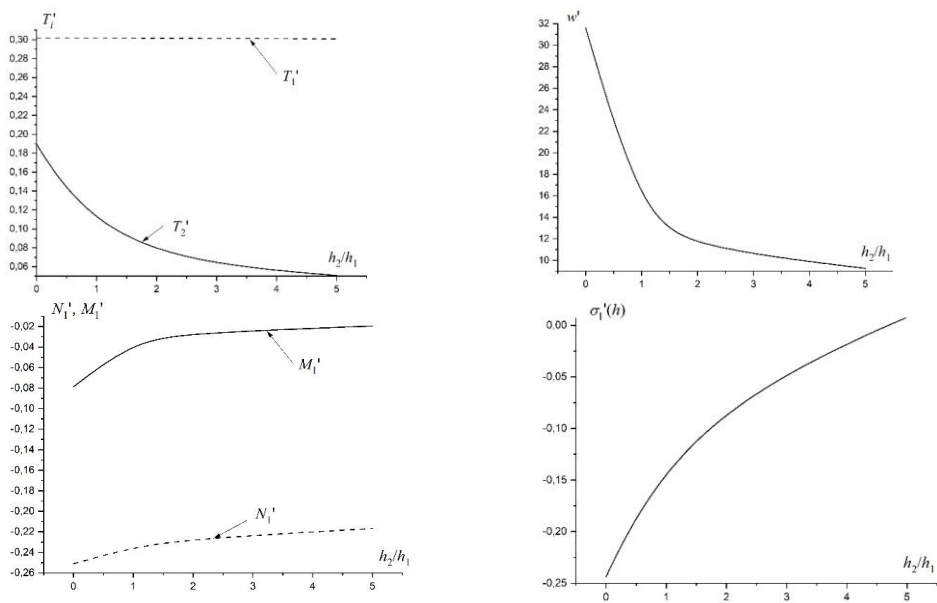


Рис. 1. Безрозмірні характеристики T_i' , w' , M_1' , N_1' , σ_{11}' для структури кераміка-метал-кераміка (при $Bi=1$, $\beta^* = 0,5$) залежно від різних значень відношення h_2/h_1 товщини середнього шару до лицевого.

Для пластин структури К/М/К зі збільшенням відношення h_2/h_1 збільшується вплив металу і тому величини T_i' , w' зменшуються, а моменти і зусилля та напруження M_1' , N_1' , σ_{11}' зростають.

Рис. 2 ілюструє залежність температурних характеристик T_i' та параметрів w' , M_1' , N_1' , σ_1' напружено-деформованого стану пластини для різних значень безрозмірного коефіцієнта тепловіддачі Bi . Обчислення проведено для значень $h_2/h_1 = 1$, $\beta^* = 0,5$.

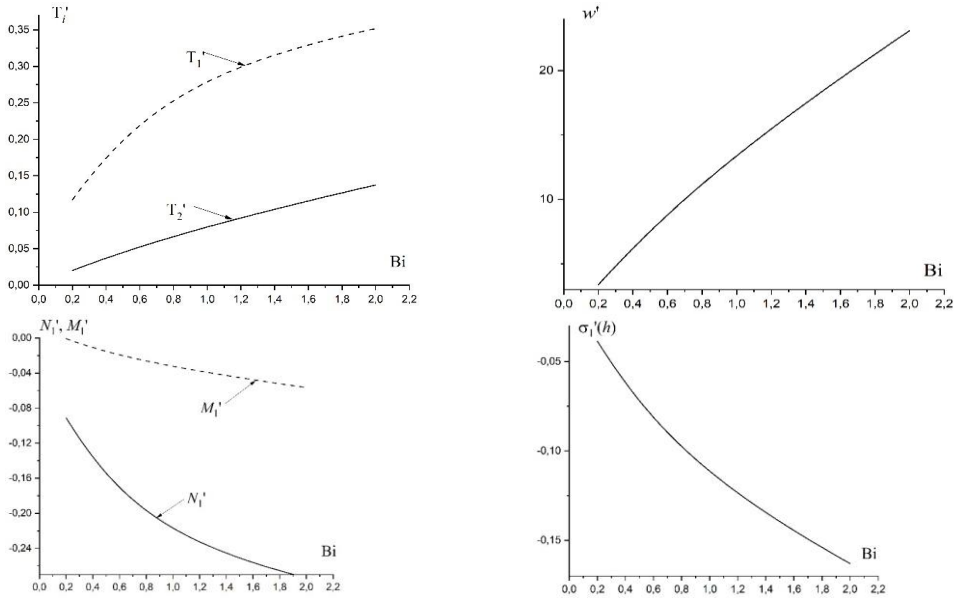
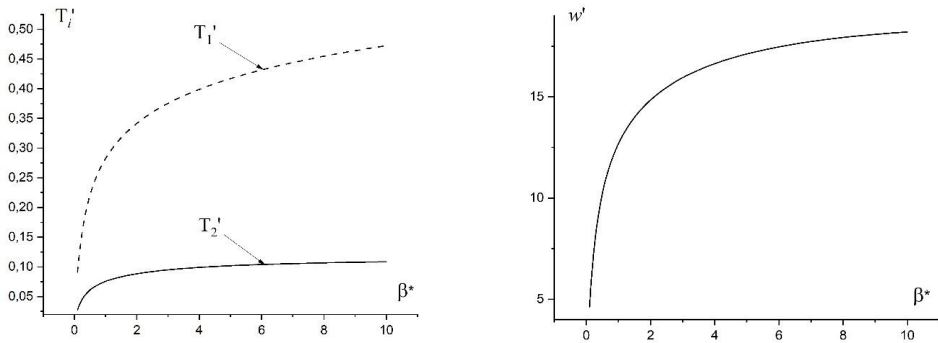


Рис. 2 Залежність температурних характеристик T_i' та параметрів w' , M_1' , N_1' , σ_1' напружено-деформованого стану пластини для різних значень коефіцієнта тепловіддачі Bi при $h_2/h_1 = 1$, $\beta^* = 0,5$.

Отримано, що зі збільшенням коефіцієнта Bi величини T_i' і w' зростають, а величини M_1' , N_1' , σ_1' – зменшуються.



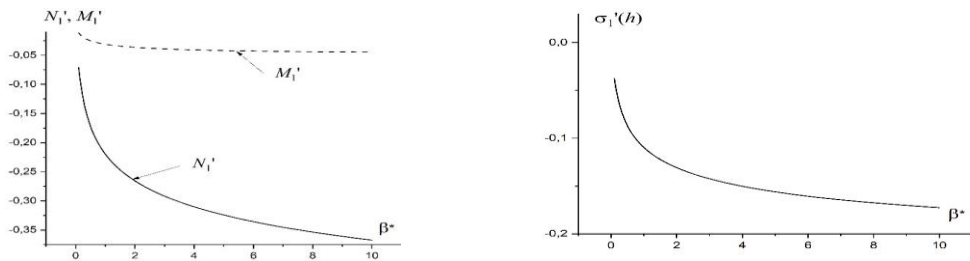


Рис. 3. Значення температурних характеристик T_i' та параметрів w' , M_1' , N_1' , σ_1' напружено-деформованого стану пластини для $h_2/h_1 = 1$, $Bi = 1$ і різних значень коефіцієнта β^* .

На рис. 3 наведені значення температурних характеристик T_i' та параметрів w' , M_1' , N_1' , σ_1' напружено-деформованого стану пластини для відношення $h_2/h_1 = 1$, $Bi = 1$ та різних значень коефіцієнта β^* , який характеризує швидкість досягнення усталеного режиму нагріву всіх розглядуваних величин.

З аналізу залежностей, приведених на рис. 3 встановлено, що температурні характеристики T_i' і прогин w' зі збільшенням коефіцієнта β^* зростають, а зусилля, моменти та напруження – зменшуються.

Висновки. Розвинуто методику розв'язування задач теплопровідності та квазістатичної термопружності для тришарової пластини. Досліджено температуру та параметри напружено-деформованого стану тришарової пластини структури «кераміка-метал-кераміка» залежно від значень безрозмірного критерію Біо, відношення товщин її зовнішнього і середнього шарів та безрозмірного коефіцієнта, що характеризує час виходу досліджуваних величин на усталений режим конвективного нагріву пластини зовнішнім середовищем. На основі проведеного числового аналізу встановлено, що зміною відношення товщини складових шарів пластини та умов конвективного теплообміну можна впливати на величину температури та параметрів термонапруженого стану тришарових пластин розглядуваної структури. Отримані залежності можуть бути науковою основою для прогнозування надійності експлуатації тришарових пластин структури кераміка-метал-кераміка як елементів інженерних конструкцій.

Література

1. *Encyclopedia of Thermal Stresses* /R. Hetnarski (ed.). – Springer, 2014. – Vol. 11. P. 5835-6643.
2. *Reddy J.N. Mechanics of laminated composite plates and shells. Theory and analysis.* – New York: CRC Press, 2004. – 832 p.
3. *Коляно Ю.М. Методи теплопровідності та термопружності неоднорідних тіл.* – К.: Наук. думка, 1992. – 280 с.
4. *Qjhuua L., Hou P., Shang S. Three-dimensional exact analytical solutions of transversely isotropic plate under heat sources // J. Thermal Stresses.* – 2021. – **44**, №11. – P. 1324–1348.
5. *Vel S.S., Batra R.C. Three-dimensional analysis of transient thermal stresses in functionally graded plates // Inter. J. Solids and Structures.* – 2003. – **40**. – P. 7181-7196.
6. *Zenkour A.M. Generalized shear deformation theory for bending analysis of functionally graded plates // Applied Mathematical Modelling.* – 2006. – 30. – P. 67-84.
7. *Жидик У.В., Флячок В.М. Термопружний аналіз неоднорідних анізотропних пластин // Наукові нотатки. Луцьк: ЛНТУ.* – 2011. Вип. 33. – С. 281-287.
8. *Houari M.S.A., Benyoucef S., Mechab L., Tounsi A., Bedia E.A.A. Two-variable refined plate theory for thermoelastic bending analysis of FG sandwich plates // J. Thermal Stresses.* – 2011. – **34**, №1. – P. 315–334.

9. Жидик У.В., Флячок В.М. Термопружний згин шаруватих анізотропних пластин симетричної структури // Квалілогія книги. – 2017. - № 2(32). – С. 77-81.
10. Naik N.S., Sayyad A.S. An accurate computational model for thermal analysis of laminated composite and sandwich plates // J. Thermal Stresses. – 2019. – **42**, №5. – P. 559–579.
11. Manthana V.R., Kedar G.D. On thermoelastic problem of a thermosensitive functionally graded rectangular plate with instantaneous point heat source // J. Thermal Stresses. – 2019. – **42**, №7. – P. 849–862.
12. Manthana V.R., Lamba N.K., Kedar G.D. Transient thermoelastic problem of a nonhomogeneous rectangular plate // J. Thermal Stresses. – 2017. – **40**, №5. – P. 627–640.
13. Zenkour A.M., Alghamdi N.A. Bending analysis of functionally graded sandwich plates under the effect of mechanical and thermal loads // Mechan. Advanced Materials Structur. – 2010. – **17**, № 6. – P. 419-432.
14. Varelis D., Saravanos D.A. A coupled nonlinear plate finite element for thermal buckling and postbuckling of piezoelectric composite plates including thermomechanical effects // J. Thermal Stresses. – 2022. – **45**, №1. – P. 30–50.
15. Zghal S., Trabelsi S., Frikha A., Dammak F. Thermal free vibration analysis of FG plates and panels with an improved finite shell element // J. Thermal Stresses. – 2021. – **44**, №3. – P. 315–341.
16. Hachkevych O.R., Musij R.S., Melnyk N.B., Dmytruk V.A. Dynamic thermoelastic processes in conductive plate under the action of electromagnetic pulses of microsecond and nanosecond durations // J. Thermal Stresses. – 2019. – **42**, №9. – P. 1110–1122.
17. Javaheri R., Eslami M.R. Thermal buckling of functionally graded plates // AIAA J. – 2002. – **40**, № 1. – P. 162-169.
18. Thai H.T., Kim S.E. A review of theories for the modeling and analysis of functionally graded plates and shells // Compos. Struct. – 2015. – **128**, №1. – P. 70-86.
19. Swaminathan K., Sangeetha D.M. Thermal analysis of FGM plates – a critical review of various modeling techniques and solution methods // Composite Structures. – 2017. – **160**, №1. – P. 43-60.
20. Mirsky I. Vibrations of orthotropic thick cylindrical shells // J. Acoust. Soc. Am. – 1964. – **36**, № 1. – P. 41–51.
21. Zhydyk U. V., Klapchuk M. I., Bahlai O. I., Voloshyn M. M., Ivasyk H. V., Morska N. O. Thermostressed state of a three-layer rectangular plate under non-stationary convective heating conditions // Mathematical Modeling and Computing. – 2024. – Vol. 11, iss. 2. – P. 413–420.

Analysis of the thermomechanical behavior of a three-layer rectangular plate of the ceramic-metal-ceramic structure due to non-stationary convective heating

R. Musii, M.Klapchuk, O.Nazaruk, I.Svidrak, V.Shynderuk

A rectangular isotropic layered plate is considered, which is convectively heated by the external environment. The thermal stress state of the plate is determined in two stages. At the first stage, the non-stationary temperature field is determined from the ratios of the non-stationary thermal conductivity problem. At the second stage, using the five-modal mathematical model of the shear theory of thermoelasticity, the parameters of the stress-strain state are determined. Fourier and Laplace integral transformations were used to construct the general solutions of the non-stationary thermal conductivity problem and the quasi-static thermoelasticity problem for the hingedly supported plate at the edges. The ceramic-metal-ceramic plate layer structure option was selected for analysis. The temperature field, radial deflections, normal forces and stresses, and bending moments are numerically analyzed depending on the geometric parameters of the considered three-layer plate and the dimensionless Bio criterion.

Key words: three-layer plate, ceramic-metal-ceramic, convective unsteady heating, temperature, thermal stress state.

Отримано 27.02.24.