

Міцність та експлуатаційна надійність біметалевих контактних термоперетворювачів

Богдан Дробенко¹, Тетяна Бардин²

¹д. ф.-м. н., ст. н. с. Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача НАН України, вул. Наукова, 36, Львів, 79060, e-mail: drobenko@ukr.net

²аспірантка, Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача НАН України, вул. Наукова, 36, Львів, 79060, e-mail: tetyana.v@i.ua

Внаслідок різних фізико-механічних характеристик складових біметалевий контактний термоперетворювач при нагріванні деформується і його переміщення несуть інформацію про вимірювану температуру об'єкту чи середовища. Однак температурні напруження часто призводять до порушення міцності зчеплення між складовими пластинами термоперетворювача і спричиняють частковий або повний розрив між ними. З метою збільшення експлуатаційної надійності термометричної системи запропоновано робити проміжок між пластинами, пластину з більшим коефіцієнтом температурного розширення виконати у вигляді секцій, які впираються в бурти, зроблені на пластині з меншим коефіцієнтом температурного розширення, завдяки чому термоперетворювач зберігає свою цілісність. За рахунок такого конструкційного виконання термоперетворювач вирізняє істотно вищу надійність та працездатність при довготривалому циклічному тепловому навантаженні. Засобами математичного й комп'ютерного моделювання в межах теорії термпружності досліджено міцність запропонованої конструкції біметалевого термоперетворювача. Показано, що завдяки такій конструкції термоперетворювач зберігає свою цілісність до температур порядку 850 °С.

Ключові слова: комп'ютерне моделювання, метод скінченних елементів, напружено-деформований стан, міцність, експлуатаційна надійність

Вступ. Біметалеві термоперетворювачі (регулятори, термостати, запобіжники тощо) є одними з найпоширеніших в термометрії, позаяк їхні деформації є вельми інформативними і доволі точними з погляду визначення температури досліджуваних об'єктів при незначних затратах на обслуговування та невисокій вартості. Ними комплектуються сучасні інженерні конструкції автомобільної, енергетичної, хімічної, харчової та інших галузей промисловості, а також озброєнь та військової техніки.

Більшість термометричних біметалевих систем та їхніх аналогів складаються з металів з різними фізико-механічними характеристиками і є кусково-однорідними тілами. Внаслідок цього в таких системах за умов експлуатації можуть виникати значні температурні напруження, які спричиняють розтріскування, порушення зчеплення між окремими складовими, частковий або повний розрив між ними, механічне руйнування впаяних мікросхем,

відшарування різного роду кристалічних напівпровідникових структур і виникнення тріщин при закріпленні в корпусах тих чи інших конструкційних складових, що забезпечують процес термометрії і, врешті-решт, виходу з ладу основного конструкційного елемента.

З огляду на зазначене актуальною є проблема підвищення експлуатаційної надійності існуючих біметалевих термоперетворювачів, а також створення нових, надійніших термометричних систем і схем. І дослідження термомеханічних процесів у приладах контактної термометрії за умов експлуатації з використанням адекватних засобів математичного й комп'ютерного моделювання має вирішальне значення при оцінюванні експлуатаційної надійності та визначенні допустимих меж надійної роботи термоперетворювачів.

У цій праці розглянуто нову версію біметалевого термоперетворювача [1, 2] з істотно вищою надійністю та працездатністю при довготривалому циклічному тепловому навантаженні і досліджено напружено-деформований стан запропонованого нового засобу термометрії за умов, що моделюють експлуатаційні, з використанням розробленого програмного забезпечення [3].

1. Принцип роботи біметалевого термоперетворювача

Широко використовуваний в інженерній практиці термочутливий елемент містить дві з'єднані в один пакет пластини з різних металів [4]. Внаслідок різних фізико-механічних характеристик складових пакету, передусім коефіцієнтів температурного розширення, біметалевий термоперетворювач при нагріванні деформується (згинається) і відхиляється в бік елемента з меншим коефіцієнтом лінійного температурного розширення. Переміщення термочутливого елемента несе інформацію про вимірювану температуру об'єкту чи середовища. При досягненні певного порогового значення він може спрацьовувати як запобіжник тощо.

Такі термочутливі елементи є достатньо точними з погляду визначення температури досліджуваних об'єктів при незначних затратах на їхнє обслуговування та невисоку вартість. Однак істотним недоліком такого елемента є його недостатня надійність, позаяк температурні напруження, що виникають під час його експлуатації, призводять до порушення міцності зчеплення між пластинами і часткового або повного розриву між ними.

Принципова схема термоперетворювача приведена на рис. 1. Аби уникнути швидкого виходу з ладу біметалевого термоперетворювача запропоновано таку його конструкцію [1, 2], за якої пластина з більшим коефіцієнтом лінійного температурного розширення виконана із окремих сегментів, а пластина з меншим коефіцієнтом лінійного температурного розширення на одній із бокових сторін містить бурти (див. рис. 1; 1 та 2 – пластини з більшим і меншим коефіцієнтами лінійного температурного розширення відповідно; 3 – бурти; 4 – проміжки між пластинами; а і б – вид збоку, в – вид згори). За такої будови сегменти пластини з більшим коефіцієнтом лінійного температурного

розширення встановлені між буртами пластини з меншим коефіцієнтом лінійного температурного розширення. Для пом'якшення контактної взаємодії між пластинами передбачено проміжки (можливі конфігурації, показані на рис. 1-а і 1-б); водночас торцеві поверхні буртів пластини з меншим коефіцієнтом лінійного температурного розширення та сегменти пластини з більшим коефіцієнтом лінійного температурного розширення, які до них прилягають, виконані кінчними з однаковими кутами нахилу α , значення якого вибирають з умов збереження цілісності термоперетворювача при його згині під час експлуатації внаслідок робочих деформацій, викликаних змінами вимірюваного параметра (температури). Наявність лімітованого проміжку 4 між пластинами 1 та 2 істотно усуває тертя між ними.

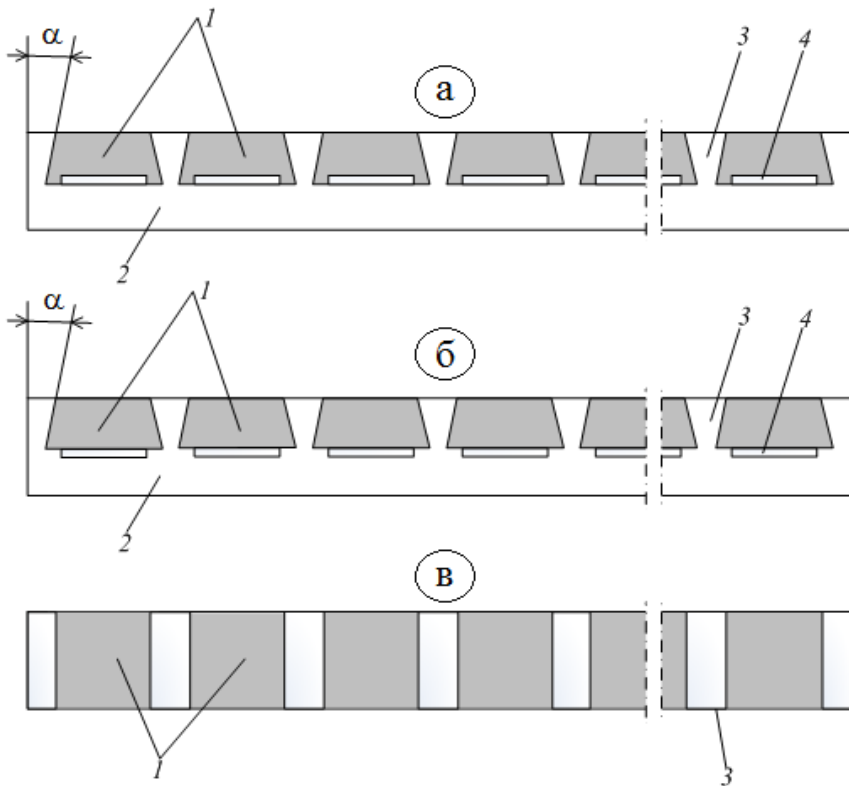


Рис. 1. Схема термоперетворювача (а - проміжки за рахунок секцій, виконаних з металу з більшим коефіцієнтом температурного розширення (1); б - проміжки за рахунок складової, виготовленої з металу з меншим коефіцієнтом (2); в - вигляд згори; 3 - бурти; 4 - проміжки)

Дослідимо напружено-деформований стан такого термоперетворювача.

2. Формулювання задачі

Розглянемо контактний термоперетворювач загальною довжиною L , що займає область Ω з неперервною за Ліпшицем поверхнею Γ , в середовищі з

температурою T . Віднесемо його до декартової системи координат O_{XYZ} (рис. 2, 3; на рис. 3 показано розрахункову область Ω у площині XY). Сегменти з матеріалу з більшим коефіцієнтом лінійного температурного розширення товщиною h_1 мають довжину l_0 . Товщина пластини з меншим коефіцієнтом температурного розширення h_2 ; ширина бурта h_0 . Проміжок між пластинами δ_0

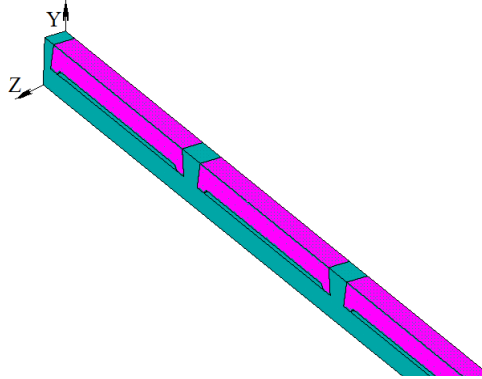


Рис. 2. Фрагмент розрахункової області

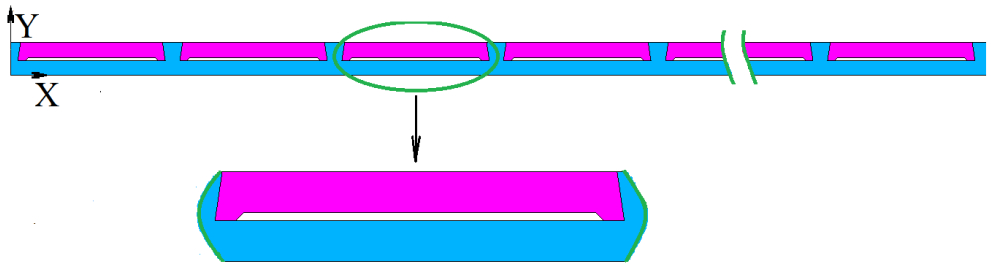


Рис. 3. Розрахункова область Ω у площині XY

Температурне поле $T(x, y, z, t)$ у тривимірному тілі Ω описує рівняння теплопровідності [3]

$$c \frac{\partial T}{\partial t} = \vec{\nabla} \cdot (\lambda \vec{\nabla} T) + Q, \quad (x, y, z) \in \Omega, \quad t \in [0, \tau_*], \quad (1)$$

де t – час, що змінюється від 0 до τ_* ; c – об’ємна теплоємність (добуток питомої теплоємності та густини); λ – коефіцієнт теплопровідності; Q – потужність наявних джерел тепла; $\vec{\nabla} = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right)$ – оператор Гамільтона.

Температура тіла у початковий момент часу (при $t=0$) задана. Тоді початкова умова для задачі теплопровідності набуває вигляду:

$$T(x, y, z, 0) = T_0(x, y, z), \quad (2)$$

де $T_0(x, y, z)$ – задана функція.

Будемо вважати, що тіло перебуває за умов конвективного теплообміну з довкіллям через поверхню Γ . Формально цю умову можна записати так:

$$-\lambda \vec{\nabla} T \mathbf{n} = \beta(T - T_S), \quad (x, y, z) \in \Gamma, \quad (3)$$

де $\mathbf{n} = (n_x, n_y, n_z)$ – вектор одиничної зовнішньої нормалі до поверхні Γ ; β – коефіцієнт тепловіддачі; T_S – температура зовнішнього середовища.

Оскільки область Ω є кусково-однорідною, на межі Γ_{ml} підобластей тіла Ω_m та Ω_l з різними теплофізичними характеристиками задаємо умови ідеального теплового контакту, а саме умову рівності температур

$$T_m(x, y, z, t) = T_l(x, y, z, t) \quad (4)$$

і теплових потоків

$$(-\lambda \vec{\nabla} T \mathbf{n})_m = (-\lambda \vec{\nabla} T \mathbf{n})_l \quad \forall (x, y, z) \in \Gamma_{ml}. \quad (5)$$

Тож задача про визначення температури в області термоперетворювача Ω у розглядуваному формулюванні полягає у розв'язуванні рівняння теплопровідності (1) за початкової умови (2), крайової умови (3) та умов ідеального теплового контакту (4) та (5) на поверхнях контакту підобластей з різними теплофізичними характеристиками.

За наявності розподілів температури в тілі Ω напружено-деформований стан тіла досліджуємо на основі відомого і широко вживаного варіаційного підходу, відповідно до якого стан рівноваги тіла визначають з умови мінімуму функціоналу Лагранжа [5]

$$\Pi(\mathbf{u}) = \frac{1}{2} \int_{\Omega} ([\mathbf{B}]\mathbf{u})^* [\mathbf{G}] ([\mathbf{B}]\mathbf{u} - \{\varepsilon_T\}) dv \quad (6)$$

на множині

$$U = \left\{ \mathbf{u} = (u_x, u_y, u_z)^* : \mathbf{u} = \mathbf{u}_0, (x, y, z) \in \Gamma_u, u_x, u_y, u_z \in H^1(\Omega) \right\}, \quad (7)$$

де матриці пружних сталей та геометричних співвідношень теорії пружності мають вигляд

$$[\mathbf{G}] = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & 1-\nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & \nu & 1-\nu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & (1-2\nu)/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & (1-2\nu)/2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & (1-2\nu)/2 \end{bmatrix}$$

(E – модуль Юнга, ν – коефіцієнт Пуассона, зірочкою позначено операцію транспонування);

$$[\mathbf{B}] = \begin{bmatrix} \nabla_x & 0 & 0 & \nabla_y & \nabla_z & 0 \\ 0 & \nabla_y & 0 & \nabla_x & 0 & \nabla_z \\ 0 & 0 & \nabla_z & 0 & \nabla_x & \nabla_y \end{bmatrix}^*$$

а $\{\varepsilon_T\} = (\alpha_T T, \alpha_T T, \alpha_T T, 0, 0, 0)^*$ – температурні деформації (α_T – коефіцієнт лінійного температурного розширення); \mathbf{u}_0 – заданий вектор переміщень на частині Γ_u поверхні Γ , $H^1(\Omega)$ – простір Соболева.

Оскільки розглядуване тіло складається зі структурних елементів з різних матеріалів, задачу розв'язують з розривними коефіцієнтами у всій області тіла (для кожного структурного елемента – свої характеристики), а на межі підобластей з різними фізико-механічними характеристиками ставлять умови ідеального контакту (рівності переміщень та нормальних до поверхні розділу напружень).

За такого підходу маємо варіаційну задачу

$$\Pi(\mathbf{u}) \rightarrow \min_{u_x, u_y, u_z \in U} \quad (8)$$

(за врахування умов ідеального контакту), із розв'язків якої спочатку визначаємо деформації $\{\varepsilon\} = (\varepsilon_{11}, \varepsilon_{22}, \varepsilon_{33}, 2\varepsilon_{12}, 2\varepsilon_{13}, 2\varepsilon_{23})^*$ за співвідношенням Коші

$$\{\varepsilon\} = [\mathbf{B}]\mathbf{u}, \quad (9)$$

а потім – напруження $\{\sigma\} = (\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{33}, \sigma_{12}, \sigma_{13}, \sigma_{23})^*$ за співвідношенням

$$\{\sigma\} = [\mathbf{G}]\{\varepsilon\}. \quad (10)$$

У такому наближенні задачу про визначення напружено-деформованого стану тіла за дії температурного навантаження формуємо за два етапи. На першому – формуємо рівняння, що описує температурні розподіли у тілі. На другому етапі записуємо співвідношення, що окреслюють переміщення, деформації й напруження у тілі на основі співвідношень теорії пружності.

Зазначимо, що розглянуте формулювання задачі теорії пружності у матрично-векторному вигляді є загальним і залишається без змін для всіх часткових випадків, зокрема для осесиметричної й плоскої задач. Тому при числовій реалізації загальна структура побудови розв'язку є єдиною, як для тривимірних за просторовими змінними задач, так і для двовимірних. Змінюються лише блоки, які відповідають за обчислення конкретних часткових матриць і векторів. Наприклад, у випадку плоского напруженого стану за відомих умов закріплення на частині поверхні Γ_u маємо задачу про визначення векторів переміщень $\mathbf{u} = (u_x, u_y)^*$, деформацій $\{\varepsilon\} = (\varepsilon_{xx}, \varepsilon_{yy}, 2\varepsilon_{xy})^*$ та напружень $\{\sigma\} = (\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{xy})^*$ із співвідношень (8) – (10), де матриці диференціального

оператора геометричних співвідношень теорії пружності та пружних сталей набувають такого вигляду [3]

$$[\mathbf{B}]^* = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & \frac{\partial}{\partial y} \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix}, [\mathbf{G}] = \frac{E}{(1-\nu^2)} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & (1-\nu)/2 \end{bmatrix}.$$

3. Методика розв'язування

Запишемо вихідні співвідношення для числового розв'язування задачі першого етапу (1) – (5). Відповідно до вимоги регулярності розв'язку задачі визначимо функціональний простір [6]

$$H^1(V) = \{T \in L^2(\Omega), \bar{\nabla}T \in L^2(\Omega)\},$$

в якому знаходитимемо температуру.

Тут L^2 – простір Лебега; $H^1(V)$ – простір Соболева інтегрованих з квадратом по Лебегу на Ω функцій із частковими похідними (в розумінні узагальнених функцій) першого порядку.

Відповідно до стандартної процедури методу зважених залишків [7] домножимо рівняння (1), що описує температурне поле в тілі, на довільну вагову функцію w_0 , що належить до вибраного функціонального простору $H^1(\Omega)$, і проінтегруємо отримане співвідношення за областю визначення. Тоді

$$\int_{\Omega} \left(c \frac{\partial T}{\partial t} - \nabla(\lambda \nabla T) - Q \right) w_0 dv = 0 \quad \forall w_0 \in H^1(V). \quad (11)$$

Застосуємо до (11) формулу Остроградського–Гауса, записану в такому вигляді [6, 7]:

$$\int_{\Omega} \bar{\nabla}(\lambda \bar{\nabla} T) w_0 dv = \int_{\Gamma} \lambda(\bar{\nabla} T \cdot \mathbf{n}) w_0 ds - \int_{\Omega} \lambda \bar{\nabla} T \cdot \bar{\nabla} w_0 dv. \quad (12)$$

Підставляючи (12) у співвідношення (11), отримуємо

$$\int_{\Omega} \left(c \frac{\partial T}{\partial t} w_0 + \lambda \bar{\nabla} T \cdot \bar{\nabla} w_0 - Q w_0 \right) dv - \int_{\Gamma} \lambda(\bar{\nabla} T \cdot \mathbf{n}) w_0 ds = 0. \quad (13)$$

При розгляді кусково-однорідного тіла, що складається з M складових з різними теплофізичними характеристиками, умова рівності теплових потоків природно виконується. Адже співвідношення (13) у цьому разі має вигляд

$$\sum_{m=1}^M \int_{\Omega_m} \left(c \frac{\partial T}{\partial t} w_0 + \lambda \bar{\nabla} T \cdot \bar{\nabla} w_0 - Q w_0 \right) dv - \sum_{m=1}^M \int_{\Gamma_m} \lambda(\bar{\nabla} T \cdot \mathbf{n}) w_0 ds = 0 \quad \forall w_0 \in H^1(\Omega), \quad (14)$$

де Ω_m – область евклідового простору, зайнята складовою тіла з номером m ; Γ_m – поверхня області Ω_m . Частина поверхні Γ_m може збігатись із частиною зовнішньої поверхні тіла Γ , а частина Γ_{ml} – бути поверхнею розділу між підобластю Ω_m та іншою підобластю Ω_l тіла з іншими теплофізичними характеристиками. Тоді після застосування формули Остроградського-Гауса для кожної з підобластей тіла у співвідношення (14) входять пари

$$\int_{\Gamma_m} (-\lambda(\vec{\nabla}T\mathbf{n})w_0)_m ds - \int_{\Gamma_{ml}} (-\lambda(\vec{\nabla}T\mathbf{n})w_0)_l ds$$

для частин поверхонь підобластей тіла, які є поверхнями розділу між двома різними підобластями Ω_m і Ω_l . Оскільки \mathbf{n} – внутрішня (щодо Ω_l) нормаль до поверхні Γ_{ml} біля другого доданку з'являється знак „мінус”. В силу умови (5) і довільності вагової функції w_0

$$\int_{\Gamma_m} (-\lambda(\vec{\nabla}T\mathbf{n})w_0)_m ds - \int_{\Gamma_{ml}} (-\lambda(\vec{\nabla}T\mathbf{n})w_0)_l ds = 0.$$

З урахуванням умови теплообміну (3) рівняння (14) для кусково-однорідного тіла набуває вигляду:

$$\sum_{m=1}^M \int_{\Omega_m} \left(c \frac{\partial T}{\partial t} w_0 + \lambda \vec{\nabla}T \cdot \vec{\nabla}w_0 - Qw_0 \right) dv - \int_{\Gamma} (\beta(T - T_S)w_0) ds = 0 \quad \forall w_0 \in H^1(\Omega), \quad (15)$$

при умовах (4) на межі підобластей, які будуть враховані на етапі введення відповідних апроксимацій для шуканої функції T в області Ω . Так що для кусково-однорідного тіла практично будемо розв'язувати те ж рівняння (1) з розривними коефіцієнтами у всій області Ω .

Співвідношення (15) приймаємо за основу під час використання скінченно-елементного підходу до чисельного визначення температури у тілі. Зазначимо, що під час побудови цього співвідношення використано крайову умову (3); вона природно виконується для довільної геометричної конфігурації поверхні тіла, неперервної за Ліпшицем.

Після стандартної процедури скінченно-елементної дискретизації співвідношення (15) за просторовими змінними у варіанті методу Гальоркіна отримаємо систему звичайних диференціальних рівнянь відносно невідомих значень температури у фіксованих точках тіла (які відповідно до концепції методу скінченних елементів називають вузлами) за початкової умови (2) і умов (4).

Виконаємо стандартну процедуру скінченно-елементної дискретизації співвідношення (15) за просторовими змінними. Відповідно до концепції методу скінченних елементів [8, 9] подамо область Ω у вигляді об'єднання скінченної кількості підобластей, які будемо називати скінченними елементами, щоб мали місце такі властивості:

1. $\Omega = \bigcup_{e=1}^{n_e} \Omega_e$;
2. $\forall e: e=1 \div n_e$ Ω_e – замкнений і множина його внутрішніх точок не є порожньою;
3. $\forall e, m: e=1 \div n_e; m=1 \div n_e$ $\overset{\circ}{\Omega}_e \cap \overset{\circ}{\Omega}_m = \emptyset, e \neq m$;
4. $\forall \Omega_e$ його межа $\partial\Omega_e$ неперервна за Лівшицем;
5. Довільно вибрана грань будь-якого скінченного елемента $\Omega_e \in$ або підмножина поверхні області, або грань іншого елемента Ω_m .
6. Межа Γ , яка відділяє тіло від довкілля, та межі розділу підобластей з різних матеріалів перебувають на межі відповідних скінченних елементів.

Введемо на кожному скінченному елементі Ω_e апроксимації функцій T та w_0 через їхні значення у вузлах скінченного елемента:

$$T = [N]\{T_h\}_e; w_0 = [N]\{w_h^0\}_e, \quad (16)$$

де $[N] = [N_1 N_2 \dots N_n]$ – матриця базисних функцій (функцій форми) елемента [8]; n – кількість вузлів елемента; $\{T_h\}_e = \{T_1, T_2, \dots, T_n\}^*$, $\{w_h^0\}_e = \{w_1^0, w_2^0, \dots, w_n^0\}^*$ – значення температури T та вагової функції w_0 відповідно у вузлах розглядуваного елемента.

В силу побудови апроксимацій (16) умови (4) виконуватимуться автоматично, оскільки вузли на поверхнях Γ_{ml} одночасно належатимуть областям Ω_m та Ω_l і значення температури в цих вузлах буде одне і те ж.

Після підстановки апроксимацій (16) у співвідношення (15) (внаслідок довільності вагової функції w_0 [7]) приходимо до системи звичайних диференціальних рівнянь

$$[L_1]\{\dot{T}_h(t)\} + [L_0]\{T_h(t)\} = \{f_T\}, \{T_h(0)\} = \{T_h^0\} \quad (17)$$

відносно невідомих значень температури у вузлах скінченно-елементного поділу розглядуваної області Ω .

Матрично-векторні характеристики у співвідношенні (17) отримуємо шляхом підсумовування відповідних матрично-векторних характеристик окремих скінченних елементів, які знаходимо за такими формулами:

$$[L_0]_{ij}^e = \int_{\Omega_e} \lambda (\nabla_1 N_i \nabla_1 N_j + \nabla_2 N_i \nabla_2 N_j + \nabla_3 N_i \nabla_3 N_j) dv + \int_{\Gamma_e} \beta N_i N_j ds; \quad (18)$$

$$[L_1]_{ij}^e = \int_{V_e} c N_i N_j dv; \quad (19)$$

$$\{f_T\}_i^e = \int_{\Gamma_e} \beta' N_i ds; \quad i, j = 1 \div n. \quad (20)$$

Інтегрування у співвідношеннях (18)–(20) виконаємо чисельно [8].

Отриману систему звичайних диференціальних рівнянь (17) розв'язуємо за допомогою сім'ї простих однокрокових багатопараметричних алгоритмів [10].

З огляду на скінченно-елементне подання області, функціонал енергії пружної деформації (6), до мінімізації якого на множині (7) зводиться дослідження напружено-деформованого стану термоперетворювача, перепишемо у вигляді суми поелементних вкладів, тобто

$$\Pi(\mathbf{u}) = \sum_{e=1}^{n_e} \Pi_e(\mathbf{u}), \quad (21)$$

Тут

$$\Pi_e(\mathbf{u}) = \frac{1}{2} \int_{\Omega^{(e)}} ([\mathbf{B}]\mathbf{u})^* [\mathbf{G}] ([\mathbf{B}]\mathbf{u} - \{\varepsilon_T\}) dv. \quad (22)$$

Введемо на кожному елементі апроксимації переміщень

$$\mathbf{u} = [\mathbf{N}]\mathbf{q}^{el}, \quad (23)$$

де

$$[\mathbf{N}] = \begin{bmatrix} N_1 & 0 & 0 & N_2 & 0 & 0 & \dots & N_n & 0 & 0 \\ 0 & N_1 & 0 & 0 & N_2 & 0 & \dots & 0 & N_n & 0 \\ 0 & 0 & N_1 & 0 & 0 & N_2 & \dots & 0 & 0 & N_n \end{bmatrix}$$

є матрицею базисних функцій елемента, найчастіше поліномів того чи іншого порядку зі специфічними властивостями [8]; $\mathbf{q} = (u_1^1, u_2^1, u_3^1, u_1^2, u_2^2, u_3^2, \dots, u_1^n, u_2^n, u_3^n)^T$ – вектор невідомих коефіцієнтів розкладу переміщень за допомогою базисних функцій; n – кількість вузлів в межах елемента. Базисні функції зазвичай вибирають такими, що ці коефіцієнти розкладу переміщень є значеннями переміщень у відповідних вузлах.

Після підсумовування вкладів кожного зі скінченних елементів повна потенційна енергія

$$\Pi(\mathbf{Q}) = \frac{1}{2} \mathbf{Q}^T [\mathbf{K}] \cdot \mathbf{Q} - \mathbf{Q}^T \mathbf{f}, \quad (24)$$

де \mathbf{Q} – глобальний вектор вузлових переміщень тіла (всі компоненти переміщень послідовно пронумерованих вузлів скінченно-елементного поділу конструкції); $[\mathbf{K}]$ та \mathbf{f} – матриця жорсткості і вектор навантаження, одержувані шляхом підсумовування відповідних матрично-векторних характеристик окремих елементів, які мають вигляд:

$$[\mathbf{K}^{(e)}] = \int_{\Omega^{(e)}} [\mathbf{N}]^T [\mathbf{B}]^T [\mathbf{D}] [\mathbf{B}] [\mathbf{N}] dv; \quad (25)$$

$$\mathbf{f}^{(e)} = \int_{\Omega^{(e)}} [\mathbf{N}]^T [\mathbf{B}]^T [\mathbf{G}] \{\varepsilon_T\} dv. \quad (26)$$

Використовуючи необхідну умову мінімуму потенційної енергії (8), приходимо до рівнянь рівноваги

$$[\mathbf{K}] \cdot \mathbf{Q} = \mathbf{f} \quad (27)$$

у скінченно-елементному формулюванні.

Таким чином, завдання визначення вектора переміщень тіла зведена до розв'язування системи лінійних алгебраїчних рівнянь (27) з матрицею жорсткості $[\mathbf{K}]$, вектором навантаження \mathbf{f} і вектором \mathbf{Q} невідомих вузлових переміщень. Після розв'язування системи (27) напруження в межах довільного елемента Ω_e обчислюємо, використовуючи формулу

$$\{\sigma\} = [\mathbf{D}][\mathbf{B}][\mathbf{N}]\mathbf{q}_{(e)}. \quad (28)$$

4. Числові результати

Комп'ютерне моделювання процесів деформування термоперетворювача за умов у середовищі з температурою T виконали в межах задачі про плоский напружений стан з використанням біквадратичних ізопараметричних елементів [8].

Досліджували термоперетворювач з міді ($\alpha_{T_1} = 17,4 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$; $E_1 = 100 \text{ ГПа}$; $\nu_1 = 0,34$) і сталі 45 ($\alpha_{T_2} = 13,4 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$; $E_2 = 195 \text{ ГПа}$, $\nu_2 = 0,3$) [11] з геометричними параметрами: $h_1 = h_2 = 0,0005 \text{ м}$; $l_0 = 0,005 \text{ м}$; $h_0 = 0,0005 \text{ м}$; $\delta_0 = 0,001 \text{ м}$.

За перебування в середовищі з температурою $T = 5 \text{ К}$ термоперетворювач деформується (рис. 4).

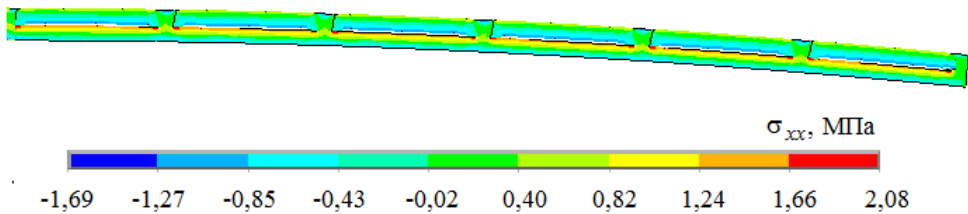


Рис. 4. Розподіл осьових напружень в термоперетворювачі за перебування в середовищі з температурою 5K

Напруження σ_{xx} на його верхній (крива 1) та нижній (крива 2) поверхнях показано на рис. 5 ($l = x/L$).

Як бачимо, напружений стан у термоперетворювачі практично не залежить від кількості секцій (аналогічні результати отримані при 200 секціях).

При наближенні до буртів у мідних секціях маємо незначну концентрацію напружень. В центральних частинах сегментів маємо сталий рівень.

Напруження по товщині термоперетворювача в одній з центральних секцій приведено на рис. 6, а напруження на верхній поверхні сталевій пластині (при $y = h_2$) і нижній поверхні мідної секції (при $y = h_2 + \delta_0$) показано на рис 7 і 8 відповідно (l' - аналогічна безрозмірна координата секції).

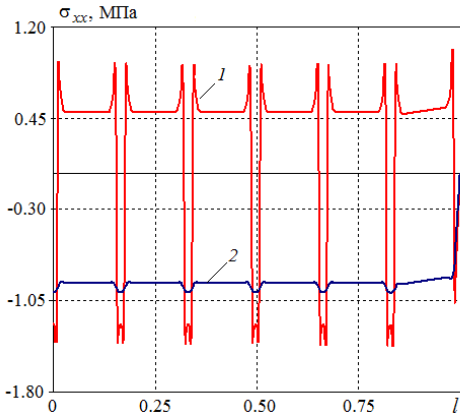


Рис. 5. Осьові напруження на верхній (крива 1) та нижній (крива 2) поверхнях

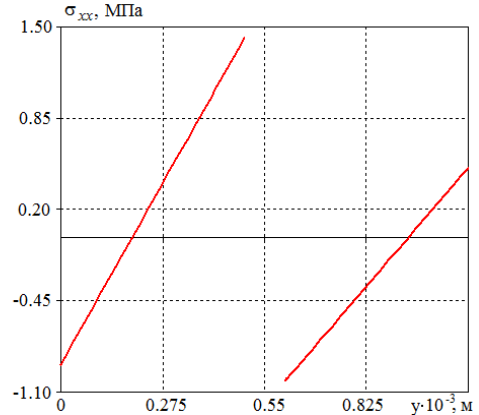


Рис. 6. Осьові напруження по товщині в одній із центральних секцій термоперетворювача

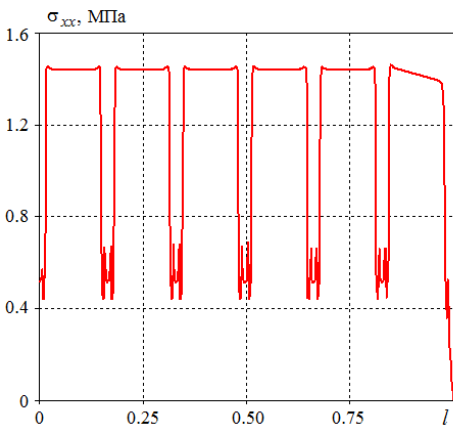


Рис. 7. Осьові напруження на верхній поверхні сталевій пластині

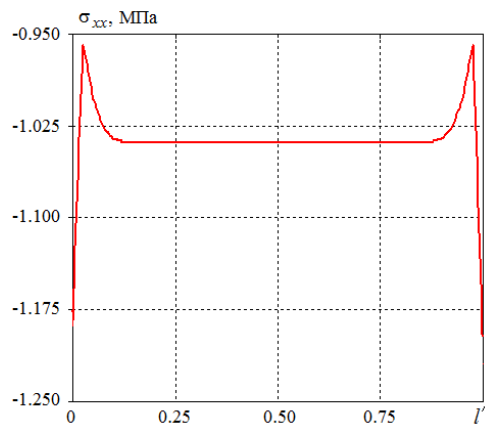


Рис. 8. Осьові напруження по нижній поверхні мідної пластини

На нижніх поверхнях пластин маємо стиск, на верхніх поверхнях - розтяг. Завдяки проміжку між пластинами напруження на внутрішній поверхні мідних секцій і верхній поверхні сталевій пластині не працюють на розрив. Завдяки запропонованій конструкції з буртами термоперетворювач зберігає свою цілісність.

Загальний розподіл осьових напружень σ_{xx} у мідному сегменті та відповідній сталевій пластині, в якій виникають максимальні напруження, приведено на рис. 9 та 10 відповідно.

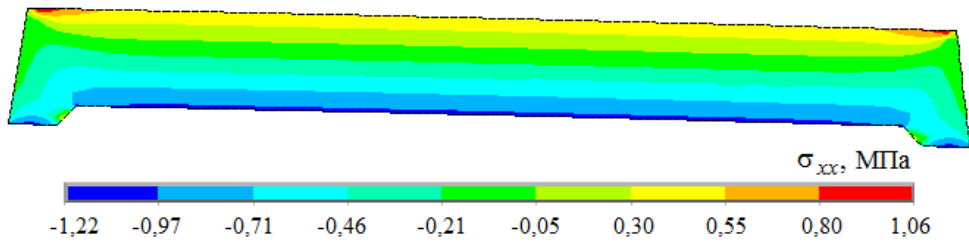


Рис. 9. Розподіл осьових напружень умідному фрагменті

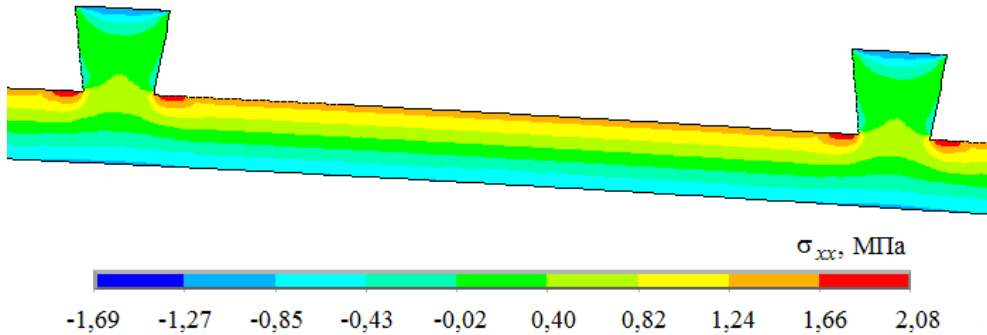


Рис. 10. Розподіл осьових напружень у фрагменті сталевій пластини

Важливо, аби термоперетворювач працював у пружній області, позаяк залишкові температурні деформації внаслідок його пластичного деформування можуть суттєво впливати на параметри роботи вимірювальної апаратури. Виконаний обчислювальний експеримент показав, що у разі виготовлення розглядуваного термоперетворювача з використанням твердого сплаву міді, при відносно повільних коливаннях температури прилад працюватиме в пружній області до температур порядку 850 °С.

Висновки. У межах теорії пружності досліджено напружено-деформований стан запропонованої нової конструкції термоперетворювача, яку за рахунок власного конструкційного виконання емпірично вирізняє істотно вища надійність та працездатність при довготривалому циклічному тепловому навантаженні. Завдяки проміжку між пластинами і наявності буртів закріплення напруження на внутрішній поверхні секцій з більшим коефіцієнтом лінійного температурного розширення і верхній поверхні пластини з буртами з меншим коефіцієнтом лінійного температурного розширення не працюють на розрив, внаслідок чого термоперетворювач зберігає свою цілісність до температур порядку 850 °С.

Література

- [1] Бардин Т.П., Настишин Ю.А., Ванкевич П.І., Дробенко Б.Д. Термочутливий елемент / Патент на корисну модель № 119339. Зареєстровано в Державному

- реєстрі патентів України на корисні моделі 25.09.2017, Бюл. № 18. Заявка № u2017 02496 від 17.03.2017. Рішення про видачу патенту від 20.08.2017р.
- [2] *Бардин Т.П., Яковлев М.Ю., Ванкевич П.І., Дробенко Б.Д.* Термочувливий елемент / Патент на корисну модель № 119343. Зареєстровано в Державному реєстрі патентів України на корисні моделі 25.09.2017, Бюл. № 18. Заявка № u2017 0567 від 20.03.2017. Рішення про видачу патенту від 20.08.2017р.
- [3] *Моделювання та оптимізація в термомеханіці електропровідних неоднорідних тіл / Під заг. ред. Я.Й. Бурака, Р.М. Кушніра. Т.4: Термомеханіканамангнечуваних електропровідних термочувливих тіл / О.Р. Гачкевич, Б.Д. Дробенко. – Львів: СПОЛОМ, 2010. – 256 с.*
- [4] *Браславский Д.А.* Приборы и датчики летательных аппаратов. - М.: Машиностроение, 1980. - 392 с.
- [5] *Розин Л.А.* Вариационные постановки задач для упругих систем. – Л.: Изд-во Ленинград. ун-та, 1978. – 224 с.
- [6] *Дюво Г., Лионс Ж.-Л.* Неравенства в механике и физике. – М.: Наука, 1980. – 384 с.
- [7] *Зенкевич О., Морган К.* Конечные элементы и аппроксимация. – М.: Мир, 1986. – 318 с.
- [8] *Zienkiewicz O.C., Taylor R.L.* Finite Element Method: Vol. 1. The Basis. – London: Butterworth-Heinemann, 2000. – 689 p.
- [9] *Bathe K.J.* Finite Element Procedures Analysis. – Englewood Cliffs: Prentice Hall, 1995. – 1037 p.
- [10] *Zienkiewicz O.C., Wood W.L., Nine N.W.* A unified set of single step algorithm. Part 1: general formulation and applications // Int. J. for Num. Meth. in Eng. – 1984. – 20. – P. 1529–1552.
- [11] *Таблицы физических величин. Справочник / Под ред. акад. И. К. Кикоина. – М.: Атомиздат, 1976. – 1008 с.*

Strength and operational reliability of bimetallic thermoconverters

Bogdan Drobenco, Tetyana Bardyn

As a result of different physical and mechanical characteristics of the components, the bimetallic contact thermoconverter deforms when heated, and its displacement carry information about the measured temperature of an object or environment. However, thermal stresses often lead to a violation of the bond strength between the component plates of the thermoconverter and cause a partial or complete break between them. In order to increase the operational reliability of the thermometric system, it is proposed to make a gap between the plates, to make the plate with a higher coefficient of thermal expansion in the form of sections that abut against the edges made on a plate with a lower coefficient of thermal expansion, thanks to which the thermoconverter maintains its integrity. Due to this structural design, the thermoconverter has significantly higher reliability and performance under long-term cyclic heat load. Using the means of mathematical and computer modeling within the limits of the theory of thermoelasticity, the strength of the proposed design of the bimetallic heat exchanger was investigated. It is shown that due to such a design, the thermoconverter maintains its integrity up to temperatures of the order of 850 °C.

Keywords: computer modeling, finite element method, stress-strain state, strength, operational reliability

Отримано 20.11.23