

## Алгоритмічно-програмний засіб для аналізу міцності будівельних конструкцій на паралельних комп'ютерах

Віктор Полянко<sup>1</sup>, Володимир Сидорук<sup>2</sup>, Тамара Чистякова<sup>3</sup>

<sup>1</sup> к. ф.-м. н., Інститут кібернетики імені В.М. Глушкова НАН України, Проспект Академіка Глушкова, 40, 03187, Київ-187, м. Київ, e-mail: polyanko\_victor@ukr.net

<sup>2</sup> к. ф.-м. н., Інститут кібернетики імені В.М. Глушкова НАН України, Проспект Академіка Глушкова, 40, 03187, Київ-187, м. Київ, e-mail: wolodymyr.sydoruk@gmail.com

<sup>3</sup> к. ф.-м. н., Інститут кібернетики імені В.М. Глушкова НАН України, Проспект Академіка Глушкова, 40, 03187, Київ-187, м. Київ, e-mail: tamara.chistjakova@gmail.com

*У роботі розглядається алгоритмічно-програмний інструментарій для розв'язування систем лінійних алгебраїчних рівнянь з розрідженими матрицями та наближеними даними на паралельних комп'ютерах різної архітектури. Цей інструментарій використовується в програмному засобі ПК ЛІРА-кластер, призначеному для розрахунку, дослідження і проектування конструкцій в різних предметних областях. Розглянуто особливості розріджених матриць великих порядків, які виникають при чисельному моделюванні міцності будівельних конструкцій, та ефективні способи їх упорядкування. Запропоновано оригінальний алгоритм для розв'язування лінійних систем з розрідженими матрицями, використання якого суттєво зменшує обчислювальні ресурси паралельних комп'ютерів. Представлено результати моделювання статичного розрахунку напруго-деформованого стану двовежового ділового центру.*

**Ключові слова:** математичне моделювання, будівельні конструкції, програмний комплекс ЛІРА, розріджені матриці «хмарочосної» структури.

**Вступ.** На сьогодні математичне моделювання з великими обсягами даних є актуальною проблемою в різних сферах людської діяльності. Суттєве поліпшення якості математичного моделювання процесів, які виникають у багатьох галузях науки та інженерії, можливе лише при використанні принципово нових тривимірних моделей, переходу від комп'ютерного моделювання окремих вузлів та агрегатів до розрахунку та оптимізації виробу в цілому. Очевидно, що розгляд задач в такій постановці приводить до дискретних математичних моделей надвеликих розмірів, для комп'ютерної реалізації яких необхідно використовувати потужні паралельні комп'ютери. За десятиріччя використання комп'ютерів для розв'язування широкого кола різноманітних прикладних задач створено велику кількість високопродуктивних програмних засобів (від окремих програм до програмних комплексів), які, у переважній більшості, призначені для комп'ютерів традиційної (однопроцесорної) архітектури. Використання цих програмних засобів на комп'ютерах паралельної архітектури потребує їх модернізації.

Як приклад можна навести відомий програмний комплекс (ПК) ANSYS [1], призначений для розв'язування на однопроцесорному комп'ютері широкого кола

задач математичного моделювання в галузях обчислювальної аерогідродинаміки, механіки твердих тіл, що деформуються, електромагнетизму тощо. Розробники ANSYS постійно доповнюють його (наприклад, версія ANSYS 16.1 та інші) новими засобами паралельних обчислень для задач аерогідродинаміки з метою ефективного використання паралельних комп'ютерів нових архітектур.

Інший підхід – адаптація до паралельних, в тому числі гібридних, обчислювальних систем, існуючих ПК з послідовною організацією обчислень, використовуючи паралельне програмне забезпечення, для окремих задач, наприклад, розв'язування систем лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР) надвеликих порядків, що потребують найбільших комп'ютерних ресурсів: часу, пам'яті тощо. Тут можна виділити широко відомий ПК ЛІРА [2] – багатофункціональний програмний засіб для розрахунку, дослідження і проектування конструкцій різноманітного призначення на однопроцесорних комп'ютерах. На його основі, використовуючи паралельні алгоритми та програми розв'язування СЛАР з розрідженими матрицями, розроблено ПК ЛІРА-кластер для паралельних комп'ютерів [3, 4].

## 1. Функціональні особливості програмного засобу ПК ЛІРА-кластер

ПК ЛІРА-кластер використовується у розрахунках об'єктів будівництва, машинобудування, мостобудування, атомної енергетики, нафтодобувної промисловості і у багатьох інших сферах, де актуальними є методи будівельної механіки. Окрім загального розрахунку моделі на всі можливі види силових навантажень (статичних, температурних, деформаційних) і динамічних впливів (вітер з урахуванням пульсації, сейсмічні впливи і т.п.), ПК автоматизує ряд процесів проектування: визначення розрахункових сполучень навантажень і зусиль, призначення конструктивних елементів, підбір і перевірка перерізів сталевих і залізобетонних конструкцій з формуванням ескізів робочих креслень колон і балок. Також надається можливість досліджувати загальну стійкість розрахункової моделі, перевіряти міцність перерізів елементів за різними теоріями руйнувань.

Чисельне моделювання міцності будівельних конструкцій в ПК ЛІРА-кластер здійснюється за допомогою методу скінченних елементів. У результаті дискретизації отримуваних систем диференційних рівнянь моделювання зводиться до розв'язування СЛАР з розрідженими матрицями великих порядків.

З точки зору використання ПК ЛІРА-кластера на паралельних комп'ютерах його функції можна умовно розділити на три частини: препроцесор, процесор і постпроцесор. Найбільш затратною підзадачею щодо часу розв'язування та обчислювальних ресурсів є розв'язування СЛАР, тому саме ця задача розпаралелюється між процесорними елементами (процесами) паралельного комп'ютера. Тобто препроцесор формує СЛАР, процесор її розв'язує, а постпроцесор використовує результати розв'язування для подальших обчислень щодо отримання кінцевих результатів. Розв'язування СЛАР з розрідженою матрицею проводиться у кілька етапів. Спершу у ПК ЛІРА читаються елементи

матриці та вектора з файлів. Далі розв’язується СЛАР паралельним алгоритмом з бібліотеки паралельних програм ПК ЛРА-кластер. У процесі реалізації алгоритму проводиться автоматичне дослідження структури матриці та її математичних властивостей (означеність, погана обумовленість, виродженість). На основі вилучених знань визначаються їх відповідність обраному алгоритму, необхідна комп’ютерна розрядність для забезпечення достовірності результатів, а також ефективні способи упорядкування матриці. Розпаралелення обчислень та даних на ефективній топології (конфігурації міжпроцесорних зв’язків) МІМД-комп’ютера здійснюється між процесами блочно-циклічним способом автоматично [5]. Після завершення математичних обчислень компоненти розв’язку збираються з процесів та записуються до файлу, який передається ПК ЛРА. Формальну схему роботи ПК ЛРА-кластер з паралельною або гібридною бібліотекою програм розв’язування СЛАР представлено на рис. 1

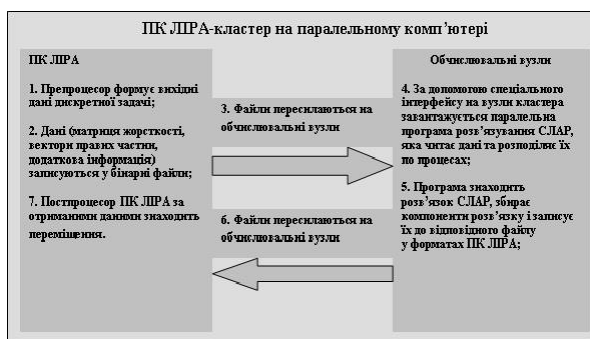


Рис. 1. Формальна схема роботи ПК ЛРА-кластер

## 2. Особливості розв’язування СЛАР в ПК ЛРА-кластер

Досить часто в задачах розрахунку будівельних конструкцій виникають задачі з симетричними матрицями характерної структури (рис. 2, зліва). У верхньому трикутнику таких матриць ненульові значення елементів розміщуються вертикальними смугами по кілька стовпчиків підряд, що на вигляд нагадує хмарочоси. Таким чином, будь-який рядок верхнього трикутника матриці складається з послідовних груп ненульових та нульових елементів.

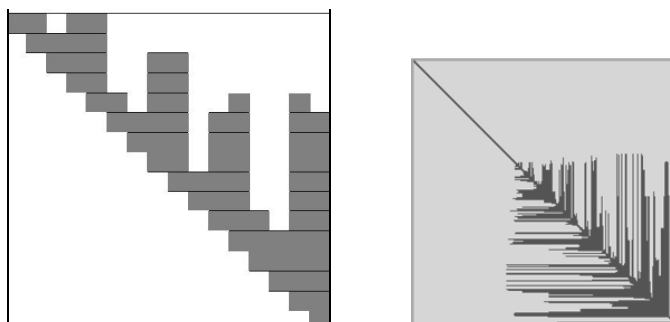


Рис. 2. Портрет верхнього трикутника «хмарочосної» матриці та схема зберігання її елементів

Оскільки ненульові елементи зберігаються групами, то зникає необхідність зберігати індекси кожного елемента, що дає змогу суттєво зменшити розміри індексних масивів. У цьому полягає суть «хмарочосної» схеми зберігання елементів матриці (рис. 2, справа). Якщо групи елементів мають більше двох елементів, у «хмарочосній» схемі потрібно зберігати менше індексів, ніж, до прикладу, у розрідженому рядковому форматі, а економія пам'яті буде тим більша, чим більш об'ємні групи ненульових та нульових елементів.

Існують різні методи, що зводять будь-яку розріджену симетричну матрицю до упорядкованого вигляду, до прикладу, методи фактор-дерев, Катхіл-Макі, мінімальної степені. Як показали дослідження, для хмарочосної структури найефективнішим виявився метод мінімальної степені.

Для розв'язування СЛАР виду  $Ax=b$  з симетричними додатно означеними матрицями найбільш ефективним вважається метод Холецького, за яким виконується  $LDL^T$ -розвинення матриці  $A$ , де  $L$  – нижня трикутна матриця  $D$  – діагональна матриця. Проте в ПК ЛПА-кластері матриця хмарочосної структури розподіляється таким чином, що кожен «хмарочос» міститься цілком в одному процесі. Кількість та параметри «хмарочосів» наперед невідомі, це може призвести до нерівномірного розподілу даних і порушення балансування процесів. В цьому випадку, оскільки межі розподілу даних проходять не вздовж, а впоперек, ефективним є  $U^T D U$ -розвинення, де  $U$  – верхня трикутна матриця.

За допомогою ПК ЛПА-кластера розв'язано низку практичних задач на МІМД-комп'ютерах та гібридних комп'ютерах [3, 4, 6]. До прикладу розглянемо задачу статичного розрахунку напруго-деформованого стану двовежевого ділового центру (рис. 3).

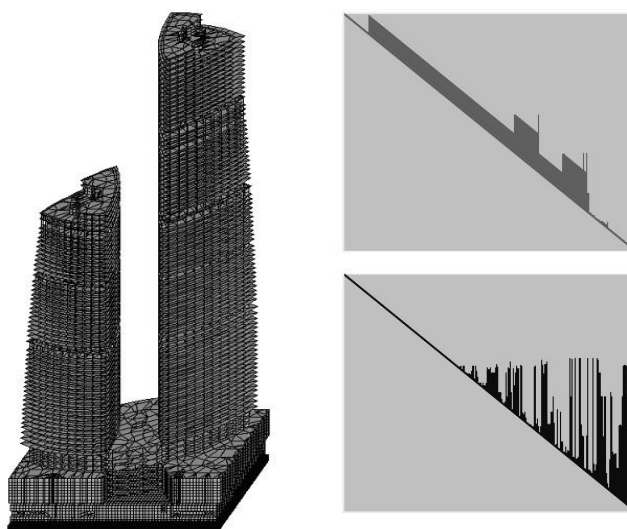


Рис. 3. Конструкція двовежевої споруди та портрети матриці до та після оптимізації

Конструкцію було розділено на 972808 скінченних елементів, а скінченно-елементна сітка налічувала 895302 вузлів. Об'єм даних виявився настільки

великим, що єдиним можливим варіантом розв'язати задачу стало попереднє впорядкування ненульових елементів алгоритмом мінімальної степені. У результаті було отримано матрицю хмарочосної структури, порядок якої – 5371727. Портрети матриці системи до та після оптимізації зображено справа у верхній та нижній частині рис. 3 відповідно. На MIMD-комп'ютері СКІТ-3 Інституту кібернетики ім. В.М. Глушкова час розв'язування задачі з 115 годин на однопроцесорному комп'ютері скоротився до менш, ніж 5 годин.

**Висновки.** В роботі розглянуто алгоритмічно-програмний засіб ПК ЛІРА-кластер для математичного моделювання міцності будівельних конструкцій, що зводиться до розв'язування СЛАР з розрідженими матрицями великих порядків. Запропоновано оригінальні способи упорядкування розріджених матриць та їх ефективне використання у паралельних алгоритмах та програмах для розв'язування СЛАР, які втілено в ПК ЛІРА-кластер. Результати розв'язування практичної задачі свідчать про перспективність цього напрямку у розвитку математичного моделювання міцності будівельних конструкцій.

### **Література**

- [1] Каплун А.Б., Морозов Е.М., Олферьева М.А. ANSYS в руках інженера: Практическое руководство. – М.: Едиториал УРСС, 2003. – 272 с.
- [2] Городецкий А.С., Евзеров И.Д. Компьютерные модели конструкций. – Киев: ФАКТ, 2005. – 344 с.
- [3] Хімич О.М., Полянко В.В., Попов О.В., Рудич О.В. Розв'язування задач розрахунку міцності конструкцій на MIMD-комп'ютері // Штучний інтелект. – 2008. – № 3. – С. 750–760.
- [4] Баранов А.Ю., Слободян Я.Е., Попов А.В., Хімич А.Н. Математическое моделирование прочности строительных конструкций на гибридных вычислительных системах // Проблемы управления и информатики». – 2017, № 4. – С. 68–81.
- [5] O.M. Khimich, T.V. Cystjakova, V.A. Sidoruk, P.S. Ershov. Adaptive computer technologies for solving problems of computational and applied mathematics // Cybernetics and Systems Analysis. – 2021, Vol. 57, No 6, –P. 990–997.
- [6] Сидорук В.А., Єршов П.С. Адаптивний алгоритм розв'язання систем рівнянь з блочно-хмарочосними матрицями. // Проблеми управління та інформатики, 2022, № 5, С. 17–31.

## **Algorithmic software tool for analyzing the strength of building structures on parallel computers**

Viktor Polyanko, Volodymyr Sydoruk, Tamara Chistyakova

*The paper considers algorithmic and software tools for solving systems of linear algebraic equations with sparse matrices and approximate data on parallel computers of various architectures. This toolkit is used in the LIRA-cluster PC software, designed for calculation, research and design of structures from various subject areas. The peculiarities of sparse matrices of large orders, which arise during numerical modeling of the strength of building structures, and effective methods of their ordering are considered. An original algorithm for solving linear systems with sparse matrices is proposed, the use of which significantly reduces the computing resources of parallel computers. The results of the simulation of the static calculation of the stress-strain state of the two-tower business center are presented.*

Отримано 12.03.23