

Коливання ортотропної панелі подвійної кривини з множиною включень довільної конфігурації за врахування розподіленого навантаження на поверхні панелі

Тетяна Шопа

ст.н.сп., к.ф.-м.н., Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача НАН України, вул. Наукова, 3б, 79060, Львів, e-mail: tetyana.sh@gmail.com

В межах уточненої теорії, яка враховує деформацію поперечного зсуву, побудовано розв'язок задачі про усталені коливання ортотропної панелі подвійної кривини з довільною кількістю масивних наскрізних абсолютно жорстких включень довільної конфігурації за врахування гармонічного в часі довільного розподіленого зовнішнього навантаження на поверхні панелі. Включення мають різні типи з'єднань з панеллю і на них діють різні системи зовнішніх гармонічних в часі сил з головними векторами нормальними до серединної поверхні панелі та головними моментами відносно центрів мас включень рівними нулю. Вважаємо, що включення здійснюють переважно поступальний рух в нормальному напрямку до серединної поверхні панелі. Зовнішня границя панелі є довільної форми і на її контурах розглянуто різні типи гармонічних в часі граничних умов. Розв'язок побудовано на основі непрямого методу граничних елементів. Використано секвенціальний підхід до зображення функцій Гріна. Інтегральні рівняння розв'язано методом колокацій.

Ключові слова: коливання, ортотропна панель подвійної кривини, включення, непрямий метод граничних елементів.

Вступ. Дослідження роботи елементів конструкцій в динамічному режимі має широке практичне застосування в інженерній практиці. В літературі є багато робіт, в яких розглядають коливання панелей з приєднаними масами або зосередженими масами в точці та коливання необмежених пружних середовищ з включеннями, однак відомо досить мало праць, в яких розглядають коливання скінченних панелей з наскрізними масивними включеннями. В праці [1] побудовано розв'язки задач про усталені коливання трансверсально-ізотропної прямокутної в плані шарнірно опертої панелі з масивним абсолютно жорстким включенням довільної форми, яке жорстко закріплене або шарнірно оперте, в межах теорії оболонок, яка враховує поперечні зсуви та не враховує жорсткі повороти навколо нормалі до серединної поверхні, на основі непрямого методу граничних елементів та послідовнісного подання дельта-функції Дірака для знаходження функцій Гріна. В роботі [2] таким ж методом побудовано розв'язок задачі про усталені коливання ортотропної панелі зі складною формою плану з множиною включень довільної конфігурації з різними типами з'єднань з панеллю в межах теорії оболонок, яка враховує поперечні зсуви.

Метою даної роботи є побудова розв'язку загальнішої задачі, ніж в роботі [2], врахувавши, що зовнішнє навантаження прикладене не тільки до включень, а також на поверхні панелі.

1. Формулювання задачі.

Розглянемо задачу про усталені коливання ортотропної панелі подвійної кривини, яка містить довільну кількість масивних наскрізних абсолютно жорстких включень довільної конфігурації з різними типами з'єднань з панеллю, як і в роботі [2], однак врахуємо, що зовнішнє навантаження прикладене ще і на поверхні панелі і його задають такі функції

$$q_1(\alpha, t) = q_{01}(\alpha)\sin(\omega t), \quad q_2(\alpha, t) = q_{02}(\alpha)\sin(\omega t), \quad q_3(\alpha, t) = q_{03}(\alpha)\sin(\omega t), \\ m_1(\alpha, t) = m_{01}(\alpha)\sin(\omega t), \quad m_2(\alpha, t) = m_{02}(\alpha)\sin(\omega t).$$

Для дослідження використовуємо рівняння теорії оболонки, які враховують деформацію поперечного зсуву та інерційні компоненти, як і в праці [2], однак приймаємо до уваги, що функції, які задають зовнішнє навантаження на поверхні панелі вже не дорівнюють нулю

$$\{P(\alpha, t)\} = \{q_1(\alpha, t), q_2(\alpha, t), q_3(\alpha, t), m_1(\alpha, t), m_2(\alpha, t)\}^T.$$

Розглядаємо такі ж крайові умови на контурах зовнішньої межі панелі та на контурах панелі, де вона взаємодіє з включеннями, як у праці [2]. Рівняння руху включень матимуть такий ж вигляд, як і в праці [2]. Використовуємо позначення статті [2].

2. Розв'язок задачі.

Розв'язуємо крайову задачу на основі непрямого методу граничних елементів, використовуючи такі ж функції Гріна, як в праці [2], які знайдені за використання послідовнісного представлення дельта-функції Дірака та методу рядів Фур'є [1,3,4].

Розв'язок представляємо у вигляді суми потенціалу простого шару та розв'язку, знайденого методом рядів Фур'є в прямокутній в плані області Π , яка містить розглядувану багатозв'язну область Ω , за крайових умов $w(\alpha, t) = 0$, $u_\tau(\alpha, t) = 0$, $\gamma_\tau(\alpha, t) = 0$, $M_n(\alpha, t) = 0$, $N_n(\alpha, t) = 0$, $\alpha \in \partial\Pi$,

$$\{U(\alpha, t)\} = -\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_L \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} C_{km}(\varepsilon) [E_{km}(\alpha)] [U_{km}] [E_{km}(\xi)] \{T(\xi)\} dl(\xi) \sin(\omega t) - \\ - \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} [E_{km}(\alpha)] [U_{km}] \{P_{km}\} \sin(\omega t), \quad \{P_{km}\} = \{q_{1km}, q_{2km}, q_{3km}, m_{1km}, m_{2km}\}^T,$$

$q_{1km}, q_{2km}, q_{3km}, m_{1km}, m_{2km}$ – коефіцієнти розкладу функцій $q_{01}(\alpha), q_{02}(\alpha), q_{03}(\alpha), m_{01}(\alpha), m_{02}(\alpha)$ в ряди Фур'є за системами функцій

$$\Phi_{km}^1(\alpha), \Phi_{km}^2(\alpha), \Phi_{km}^3(\alpha), \Phi_{km}^4(\alpha), \Phi_{km}^5(\alpha) \text{ відповідно, а } [U_{km}] = [L^{km}]^{-1}.$$

Систему інтегральних рівнянь та інтегральних співвідношень відносно функцій густин потенціалів простого шару та амплітуд переміщень включень будуюмо за використання методу фіктивного контуру та розв'язуємо методом

колокацій [2]. Відповідно система $5 \sum_{j=1}^{N+3} S^{(j)} + N_1 + N_2 + N_3$ лінійних алгебричних рівнянь відносно невідомих дискретних значень функцій густин потенціалів простого шару $\{T^{(j)r}\}$, $j = \overline{1, N+3}$, $r = \overline{1, S^{(j)}}$ та невідомих амплітуд переміщень включень $\tilde{w}_0^{(j)}$, $j = \overline{1, N_1 + N_2 + N_3}$ набуває вигляду

$$\begin{aligned} & \left\{ u_{n0}^{(j)}(\alpha^{(j)q}), u_{\tau 0}^{(j)}(\alpha^{(j)q}), w_0^{(j)}(\alpha^{(j)q}), \gamma_{n0}^{(j)}(\alpha^{(j)q}), \gamma_{\tau 0}^{(j)}(\alpha^{(j)q}) \right\}^T = \\ & = - \sum_{f=1}^{N+3} \sum_{r=1}^{S^{(f)}} \sum_{k=0}^K \sum_{m=0}^M C_{km}(\varepsilon) \left[\Omega_{km}^{(U)}(\alpha^{(j)q}) \right] \left[E_{km}(\alpha^{(f)r}) \right] \{T^{(f)r}\} - \\ & - \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \left[\Omega_{km}^{(U)}(\alpha^{(j)q}) \right] \{P_{km}\}, \end{aligned}$$

$$\alpha^{(j)q} \in L^{(j)}, \quad q = \overline{1, S^{(j)}}, \quad j = \overline{N_1 + 1, N_1 + N_2}, \quad j = N + 1,$$

$$\begin{aligned} & \left\{ N_{n0}^{(j)}(\alpha^{(j)q}), N_{\tau 0}^{(j)}(\alpha^{(j)q}), Q_{n0}^{(j)}(\alpha^{(j)q}), M_{n0}^{(j)}(\alpha^{(j)q}), M_{\tau 0}^{(j)}(\alpha^{(j)q}) \right\}^T = \\ & = - \sum_{f=1}^{N+3} \sum_{r=1}^{S^{(f)}} \sum_{k=0}^K \sum_{m=0}^M C_{km}(\varepsilon) \left[\Omega_{km}^{(P)}(\alpha^{(j)q}) \right] \left[E_{km}(\alpha^{(f)r}) \right] \{T^{(f)r}\} - \\ & - \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \left[\Omega_{km}^{(P)}(\alpha^{(j)q}) \right] \{P_{km}\}, \end{aligned}$$

$$\alpha^{(j)q} \in L^{\varepsilon(j)}, \quad q = \overline{1, S^{(j)}}, \quad j = \overline{1, N_1}, \quad j = N + 2,$$

$$\begin{aligned} w_0^{(j)}(\alpha^{(j)q}) & = - \sum_{f=1}^{N+3} \sum_{r=1}^{S^{(f)}} \sum_{k=0}^K \sum_{m=0}^M \sum_{i=1}^5 C_{km}(\varepsilon) w_i(\alpha^{(j)q}) \Phi_{km}^i(\alpha^{(f)r}) T_i^{(f)r} - \\ & - \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{i=1}^5 w_i(\alpha^{(j)q}) P_{km}^i, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} u_{\tau 0}^{(j)}(\alpha^{(j)q}) & = - \sum_{f=1}^{N+3} \sum_{r=1}^{S^{(f)}} \sum_{k=0}^K \sum_{m=0}^M \sum_{i=1}^5 C_{km}(\varepsilon) u_{i\tau}(\alpha^{(j)q}) \Phi_{km}^i(\alpha^{(f)r}) T_i^{(f)r} - \\ & - \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{i=1}^5 u_{i\tau}(\alpha^{(j)q}) P_{km}^i, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \gamma_{\tau_0}^{(j)}(\alpha^{(j)q}) &= - \sum_{f=1}^{N+3} \sum_{r=1}^{S^{(f)}} \sum_{k=0}^K \sum_{m=0}^M \sum_{i=1}^5 C_{km}(\varepsilon) \gamma_{it}(\alpha^{(j)q}) \Phi_{km}^i(\alpha^{(f)r}) T_i^{(f)r} - \\ &- \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{i=1}^5 \gamma_{it}(\alpha^{(j)q}) P_{km}^i, \\ \alpha^{(j)q} &\in L^{(j)}, q=1, S^{(j)}, j = \overline{N_1 + N_2 + 1, N_1 + N_2 + N_3}, j = N + 3, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_{n_0}^{(j)}(\alpha^{(j)q}) &= - \sum_{f=1}^{N+3} \sum_{r=1}^{S^{(f)}} \sum_{k=0}^K \sum_{m=0}^M \sum_{i=1}^5 C_{km}(\varepsilon) M_{in}(\alpha^{(j)q}) \Phi_{km}^i(\alpha^{(f)r}) T_i^{(f)r} - \\ &- \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{i=1}^5 M_{in}(\alpha^{(j)q}) P_{km}^i, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} N_{n_0}^{(j)}(\alpha^{(j)q}) &= - \sum_{f=1}^{N+3} \sum_{r=1}^{S^{(f)}} \sum_{k=0}^K \sum_{m=0}^M \sum_{i=1}^5 C_{km}(\varepsilon) N_{in}(\alpha^{(j)q}) \Phi_{km}^i(\alpha^{(f)r}) T_i^{(f)r} - \\ &- \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{i=1}^5 N_{in}(\alpha^{(j)q}) P_{km}^i, \\ \alpha^{(j)q} &\in L^{\varepsilon(j)}, q=1, S^{(j)}, j = \overline{N_1 + N_2 + 1, N_1 + N_2 + N_3}, j = N + 3, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P_0^{(j)} &= \sum_{p=1}^{S^{(j)}} \sum_{f=1}^{N+3} \sum_{r=1}^{S^{(f)}} \sum_{k=0}^K \sum_{m=0}^M \sum_{i=1}^5 C_{km}(\varepsilon) \Psi_{km}^{ss}(\alpha^{(j)p}) w_{km}^i \Phi_{km}^i(\alpha^{(f)r}) T_i^{(f)r} + \\ &+ \sum_{p=1}^{S^{(j)}} \sum_{k=0}^K \sum_{m=0}^M \sum_{i=1}^5 \Psi_{km}^{ss}(\alpha^{(j)p}) w_{km}^i P_{km}^i + \tilde{w}_0^{(j)} \left(\sum_{p=1}^{S^{(j)}} \Theta(\alpha^{(j)p}) - \omega^2 \tilde{m}^{(j)} \right), \\ \alpha^{(j)p} &\in L^{(j)}, j = \overline{1, N_1}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P_0^{(j)} &= - \sum_{p=1}^{S^{(j)}} \sum_{f=1}^{N+3} \sum_{r=1}^{S^{(f)}} \sum_{k=0}^K \sum_{m=0}^M \sum_{i=1}^5 C_{km}(\varepsilon) \Psi_{in}(\alpha^{(j)p}) \Phi_{km}^i(\alpha^{(f)r}) T_i^{(f)r} - \\ &- \sum_{p=1}^{S^{(j)}} \sum_{k=0}^K \sum_{m=0}^M \sum_{i=1}^5 \Psi_{in}(\alpha^{(j)p}) P_{km}^i - \omega^2 \tilde{m}^{(j)} \tilde{w}_0^{(j)}, \alpha^{(j)p} \in L^{\varepsilon(j)}, j = \overline{N_1 + 1, N_1 + N_2 + N_3}, \end{aligned}$$

де

$$\begin{aligned} u_{n_0}^{(j)}(\alpha^{(j)q}) &= u_{\tau_0}^{(j)}(\alpha^{(j)q}) = \gamma_{n_0}^{(j)}(\alpha^{(j)q}) = \gamma_{\tau_0}^{(j)}(\alpha^{(j)q}) = 0, w_0^{(j)}(\alpha^{(j)q}) = \tilde{w}_0^{(j)}, \\ j &= \overline{N_1 + 1, N_1 + N_2}, \end{aligned}$$

Тетяна Шопа

Коливання ортотропної панелі подвійної кривини з множиною включень довільної конфігурації за врахування розподіленого навантаження на поверхні панелі

$$\begin{aligned}
 N_{n0}^{(j)}(\alpha^{(j)q}) &= N_{\tau 0}^{(j)}(\alpha^{(j)q}) = M_{n0}^{(j)}(\alpha^{(j)q}) = M_{\tau 0}^{(j)}(\alpha^{(j)q}) = 0, \\
 Q_{n0}^{(j)}(\alpha^{(j)q}) &= k^{(j)}(\alpha^{(j)q}) \left(\tilde{w}_0^{(j)} + \sum_{f=1}^{N+3} \sum_{r=1}^{S^{(f)}} \sum_{k=0}^K \sum_{m=0}^M \sum_{i=1}^5 C_{km}(\varepsilon) w_i(\alpha^{(j)q}) \Phi_{km}^i(\alpha^{(f)r}) T_i^{(f)r} + \right. \\
 &\quad \left. + \sum_{k=0}^K \sum_{m=0}^M \sum_{i=1}^5 w_i(\alpha^{(j)q}) P_{km}^i \right), \quad j = \overline{1, N_1}, \\
 N_{n0}^{(j)}(\alpha^{(j)q}) &= u_{\tau 0}^{(j)}(\alpha^{(j)q}) = M_{n0}^{(j)}(\alpha^{(j)q}) = \gamma_{\tau 0}^{(j)}(\alpha^{(j)q}) = 0, \quad w_0^{(j)}(\alpha^{(j)q}) = \tilde{w}_0^{(j)}, \\
 &\quad j = \overline{N_1 + N_2 + 1, N_1 + N_2 + N_3}.
 \end{aligned}$$

Власні частоти шукаємо, прирівнюючи визначник системи лінійних алгебричних рівнянь до нуля, а характеристики напружено-деформованого стану – на основі знайдених дискретних значень функцій густин потенціалів простого шару

$\{T^{(j)r}\}$, $j = \overline{1, N+3}$, $r = \overline{1, S^{(j)}}$ за формулами

$$\begin{aligned}
 &\begin{cases} u_n(\alpha, t) \\ u_\tau(\alpha, t) \\ w(\alpha, t) \\ \gamma_n(\alpha, t) \\ \gamma_\tau(\alpha, t) \end{cases} = - \sum_{j=1}^{N+3} \sum_{r=1}^{S^{(j)}} \sum_{k=0}^K \sum_{m=0}^M C_{km}(\varepsilon) [\Omega_{km}^{(U)}(\alpha)] [E_{km}(\alpha^{(j)r})] \{T^{(j)r}\} \sin(\omega t) - \\
 &- \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} [\Omega_{km}^{(U)}(\alpha)] \{P_{km}\} \sin(\omega t), \\
 &\begin{cases} N_n(\alpha, t) \\ N_\tau(\alpha, t) \\ Q_n(\alpha, t) \\ M_n(\alpha, t) \\ M_\tau(\alpha, t) \end{cases} = - \sum_{j=1}^{N+3} \sum_{r=1}^{S^{(j)}} \sum_{k=0}^K \sum_{m=0}^M C_{km}(\varepsilon) [\Omega_{km}^{(P)}(\alpha)] [E_{km}(\alpha^{(j)r})] \{T^{(j)r}\} \sin(\omega t) - \\
 &- \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} [\Omega_{km}^{(P)}(\alpha)] \{P_{km}\} \sin(\omega t).
 \end{aligned}$$

3. Числові результати.

Розглянуто ортотропну шарнірно оперту панель подвійної кривини прямокутну в плані, яка містить два кругові жорстко закріплені абсолютно жорсткі включення. До включень прикладено системи зовнішніх сил з головними векторами нормальними до серединної поверхні панелі та головними моментами відносно центрів мас включень рівними нулю, а на деяку прямокутну ділянку на поверхні панелі між включеннями прикладено зовнішнє рівномірно розподілене поперечне навантаження. В даному

випадку уявно розширену прямокутну в плані область Π доцільно вибрати так, щоб її межа співпадала з зовнішньою межею панелі. Геометричні параметри панелі: $l_1 = 2 \text{ m}$, $l_2 = 1 \text{ m}$, $k_1 = 0.2 \text{ m}^{-1}$, $k_2 = 0.3 \text{ m}^{-1}$, $h = 0.005 \text{ m}$. Фізичні параметри панелі: $\rho = 3600 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$, $E_1 = 172 \text{ GPa}$, $E_2 = 63,9 \text{ GPa}$,

$G_{12} = 24,8 \text{ GPa}$, $G_{13} = 28,5 \text{ GPa}$, $G_{23} = 13,8 \text{ GPa}$, $\nu_{12} = 0.27$, $\nu_{21} = \frac{E_1}{E_2} \nu_{12}$. Параметри

апроксимації: $K = 50$, $S^{(1)} = S^{(2)} = 20$, $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \frac{\pi R_1}{N_1}$. Метод узагальненого

підсумовування:

$$C_{km}(\varepsilon) = \mu_{km} \frac{4 \left(\sin\left(\frac{\lambda_{1k}\varepsilon_1}{2}\right) \right)^2 \left(\sin\left(\frac{\lambda_{2m}\varepsilon_2}{2}\right) \right)^2}{l_1 l_2 \left(\frac{\lambda_{1k}\varepsilon_1}{2} \right)^2 \left(\frac{\lambda_{2m}\varepsilon_2}{2} \right)^2}.$$

На зовнішній межі панелі задано такі амплітуди компонент переміщень та зусиль:

$$w_0^{(3)}(\alpha) = 0, u_{\tau_0}^{(3)}(\alpha) = 0, \gamma_{\tau_0}^{(3)}(\alpha) = 0, M_{n_0}^{(3)}(\alpha) = 0, N_{n_0}^{(3)}(\alpha) = 0.$$

Розглянуто включення радіуса $R_1 = 0,2 \text{ m}$ з координатами центра $\alpha_1 = 0,5 \text{ m}$, $\alpha_2 = 0,5 \text{ m}$ та включення радіуса $R_2 = 0,2 \text{ m}$ з координатами центра $\alpha_1 = 1,5 \text{ m}$, $\alpha_2 = 0,5 \text{ m}$. Маса включень $\tilde{m}^{(1)} = \tilde{m}^{(2)} = 60 \text{ kg}$. До включень прикладено системи зовнішніх сил з головними векторами $P_0^{(1)} = -P_0^{(2)} = 40000 \text{ N}$. Частота усталених коливань $\bar{\omega} = \frac{\omega}{2\pi} = 25 \text{ Hz}$. Рівномірно розподілене поперечне зовнішнє навантаження діє на прямокутну ділянку зі сторонами $a = b = 0,2 \text{ m}$ та центром у точці $\alpha_1 = 1 \text{ m}$, $\alpha_2 = 0,5 \text{ m}$ на поверхні панелі. Інші компоненти розподіленого зовнішнього навантаження на поверхні панелі вважаємо нульовими: $q_{01}(\alpha) = q_{02}(\alpha) = m_{01}(\alpha) = m_{02}(\alpha) = 0$.

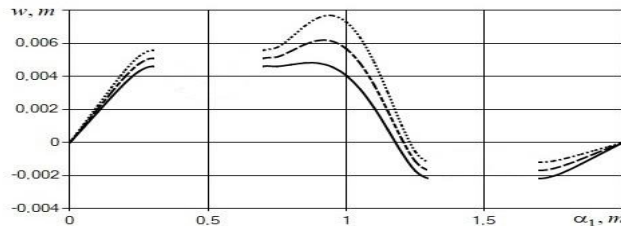


Рис. 1. Амплітуда прогину панелі за дії розподіленого зовнішнього поперечного навантаження на поверхні панелі: 1 – $q_{03}(\alpha) = 5 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$, 2 – $q_{03}(\alpha) = 7 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$, 3 – $q_{03}(\alpha) = 9 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$.

На рисунках 1 – суцільна лінія, 2 – штрихова, а 3 – пунктирна.

На рис. 1 зображено амплітуду прогину панелі на лінії $\alpha_2 = 0.5l_2$ за дії на поверхні панелі зовнішнього розподіленого поперечного навантаження. Бачимо, що зі збільшенням зовнішнього розподіленого поперечного навантаження на поверхні панелі, амплітуда прогину панелі поблизу першого включення та амплітуда переміщення першого включення збільшуються, а амплітуда прогину панелі поблизу другого включення та амплітуда переміщення другого включення зменшуються за величиною. Значення амплітуди прогину панелі в точках, де вона взаємодіє з включеннями, є однаковими та узгоджуються із знайденими значеннями амплітуд переміщень включень, оскільки розглядаємо поступальний рух включень в нормальному напрямку до серединної поверхні панелі, однак для точніших, а також загальніших розрахунків необхідно враховувати ще обертовий рух включень відносно їх центрів мас та поступальний рух включень в інших двох осьових напрямках, що є метою подальшої роботи.

На рис. 2 зображено амплітуду прогину панелі на лінії $\alpha_2 = 0.5l_2$ за різного розташування центра ділянки на поверхні панелі, де прикладене зовнішнє розподілене поперечне навантаження.

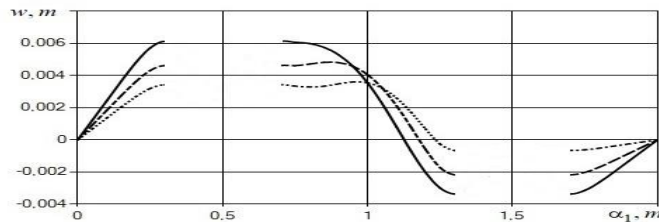


Рис. 2. Амплітуда прогину панелі при різному розташуванні центра ділянки, де прикладене зовнішнє розподілене поперечне навантаження на поверхні панелі,:

$$1 - \alpha_1 = 0,9 \text{ m}, \alpha_2 = 0,5 \text{ m}, 2 - \alpha_1 = 1 \text{ m}, \alpha_2 = 0,5 \text{ m}, 3 - \alpha_1 = 1,1 \text{ m}, \alpha_2 = 0,5 \text{ m}.$$

Легко помітити, що розташування ділянки, де прикладене зовнішнє розподілене поперечне навантаження на поверхні панелі, суттєво впливає на амплітуду прогину панелі та на амплітуди переміщень включень.

На рис. 3 зображено амплітуду прогину панелі на лінії $\alpha_2 = 0.5l_2$ у випадку різної локалізації зовнішнього розподіленого поперечного навантаження на поверхні панелі.

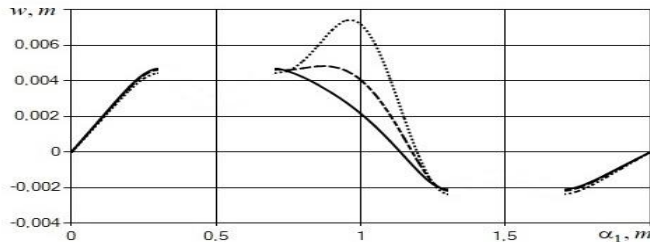


Рис. 3. Амплітуда прогину панелі для різної локалізації зовнішнього розподіленого поперечного навантаження на поверхні панелі: 1- $q_{03}(\alpha) = 4/9 \cdot 5 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$, $a = b = 0,3 \text{ m}$,

$$2 - q_{03}(\alpha) = 5 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2, a = b = 0,2 \text{ m}, 3 - q_{03}(\alpha) = 4 \cdot 5 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2, a = b = 0,1 \text{ m}.$$

Бачимо, що у даному випадку при зменшенні розмірів ділянки, де прикладене зовнішнє розподілене поперечне навантаження на поверхні панелі, його вплив на амплітуду прогину панелі зростає.

На рис. 4, 5 зображено амплітуду прогину панелі на лінії $\alpha_2 = 0.5l_2$ при різних значеннях частоти усталених коливань у випадку наявності та відсутності зовнішнього розподіленого поперечного навантаження на поверхні панелі.

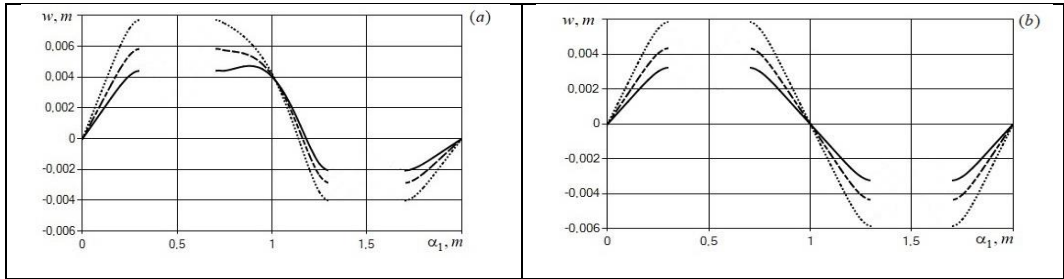


Рис. 4 Амплітуда прогину панелі при різних значеннях частоти вимушувальних факторів у випадку: 1 – $\bar{\omega} = 20 \text{ Hz}$, 2 – $\bar{\omega} = 40 \text{ Hz}$, 3 – $\bar{\omega} = 50 \text{ Hz}$,

$$(a) - q_{03}(\alpha) = 5 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2, (b) - q_{03}(\alpha) = 0 \text{ N/m}^2.$$

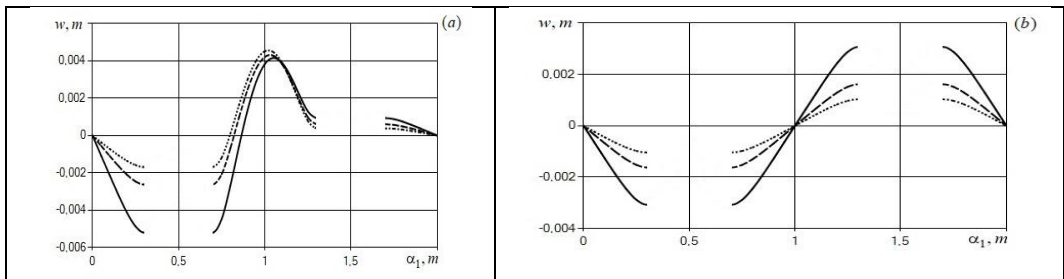


Рис. 5 Амплітуда прогину панелі при різних значеннях частоти вимушувальних факторів у випадку: 1 – $\bar{\omega} = 100 \text{ Hz}$, 2 – $\bar{\omega} = 120 \text{ Hz}$, 3 – $\bar{\omega} = 140 \text{ Hz}$,

$$(a) - q_{03}(\alpha) = 5 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2, (b) - q_{03}(\alpha) = 0 \text{ N/m}^2.$$

Бачимо, що амплітуда прогину панелі та амплітуди переміщень включень суттєво залежать від частоти усталених коливань.

Висновки. В межах уточненої теорії оболонок, яка враховує деформацію поперечного зсуву та інерційні компоненти, на основі непрямого методу граничних елементів за використання послідовнісного представлення функцій Гріна розв'язано задачу про усталені коливання ортотропної панелі подвійної кривини з довільною кількістю масивних наскрізних абсолютно жорстких включень. На включення діють різні системи зовнішніх гармонічних в часі сил з головними векторами нормальними до серединної поверхні панелі та головними моментами відносно центрів мас включень рівними нулю, а на поверхні панелі прикладене гармонічне в часі довільне

Тетяна Шопя

Коливання ортотропної панелі подвійної кривини з множиною включень довільної конфігурації за врахування розподіленого навантаження на поверхні панелі

розподілене зовнішнє навантаження. Зовнішня межа панелі та включення мають довільну конфігурацію. Розглянуто різні типи з'єднань панелі та включень, а також різні типи крайових умов на контурах зовнішньої межі панелі. Вважається, що включення здійснюють переважно поступальний рух в нормальному напрямку до серединної поверхні панелі. Досліджено випадок шарнірно опертої прямокутної в плані панелі подвійної кривини, яка містить два кругові абсолютно жорсткі включення, жорстко з'єднані з панеллю, коли до включень прикладено системи зовнішніх сил з головними векторами нормальними до серединної поверхні панелі та головними моментами відносно центрів мас включень рівними нулю, а на прямокутну ділянку між включеннями на поверхні панелі прикладене рівномірно розподілене зовнішнє поперечне навантаження. На основі наведених числових результатів з метою верифікації числової схеми можна стверджувати, що значення амплітуди прогину панелі істотно залежить від частоти коливань та параметрів зовнішнього навантаження. Побудована числова схема є загальною для дослідження розв'язків у різних випадках задачі.

Література

1. Бурак Я.Й., Рудавський Ю.К., Сухорольський М.А. Аналітична механіка локально навантажених оболонок. – Львів: Інтеллект-Захід, 2007. – 240 с.
2. Shopa T. Vibration of orthotropic doubly curved panel with a set of inclusions of arbitrary configuration with different types of connections with the panel // *Mathematical Modeling and Computing*. – 2018. – Vol 5, Issue 2. – P. 221-234.
3. Lighthill J. Introduction to Fourier Analysis and Generalised Functions. – Cambridge University Press, 1958. – 79 p.
4. Сухорольський М.А. Послідовності і ряди. – Львів: Растр-7, 2010. – 346 с.

Vibration of orthotropic doubly curved panel with a set of inclusions of arbitrary configuration taking into account distributed load on the surface of the panel

Tetiana Shopa

In the framework of the refined theory, which takes into account transverse shear deformation, the solution of the problem on the steady state vibrations of the orthotropic doubly curved panel with the arbitrary number of massive absolutely rigid inclusions of the arbitrary configuration that penetrate the panel through all its thickness taking into account harmonic in time arbitrary distributed external load on the surface of the panel is constructed. Inclusions have different types of connections with the panel and are subjected to the action of different systems of harmonic in time external forces with the principal vectors normal to the middle surface of the panel and principal moments about the centers of masses of the inclusions equal to zero. Inclusions are assumed to perform predominantly translational motion along the normal direction to the middle surface of the panel. External boundary of the panel is of arbitrary shape and different types of harmonic in time boundary conditions are considered on its contours. The solution is built on the basis of the indirect boundary elements method. The sequential approach to the representation of the Green's functions is used. Integral equations are solved by the collocation method.

Отримано 03.10.22.