УДК 539.3
doi.org/10.15407/fmmit2022.34-35.014

Математичне моделювання і аналіз термомеханічної поведінки біметалевого сферичного елемента при технологічній обробці електромагнітним імпульсом

Роман Мусій[1], Наталія Мельник[2], Оксана Орищин[3], Валентин Шиндер[4]
[1] д. ф.-м. н., професор, Національний університет „Львівська політехніка”, вул. С. Бандери, 12, Львів, 79013, e-mail: musiy@lp.edu.ua
[2] к. ф.-м. н., доцент, Національний університет „Львівська політехніка”, вул. С. Бандери, 12, Львів, 79013, e-mail: melnyk.n.pz@gmail.com
[3] к. ф.-м. н., доцент, Національний університет „Львівська політехніка”, вул. С. Бандери, 12, Львів, 79013, e-mail: oksana.h.oryshchyn@lpnu.ua
[3] к. ф.-м. н., доцент, Національний університет „Львівська політехніка”, вул. С. Бандери, 12, Львів, 79013, e-mail: valentyn.k.shynder@lpnu.ua

Сформульовано початково-крайову задачу термомеханіки для біметалевого сферичного елемента за однорідної нестаціонарної електромагнітної дії. За ключові функції вибрано азимутальну компоненту вектора напруженості магнітного поля, температуру та радіальну компоненту вектора переміщень. Для знаходження ключових функцій запропоновано апроксимацію їх розподілів в складових шарах сферичного елемента квадратичними поліномами по радіальній змінній. Дана апроксимація дає змогу точно задовольнити задані граничні умови як на поверхнях даного елемента, так і на поверхні з'єднання складових шарів, на яких мають місце ідеальні електромагнітний, тепловий і механічний контакти. Коефіцієнти поліномів, що апроксимують ключові функції у складових шарах сферичного елемента подаються лінійною комбінацією функцій, що описують всі задані граничні умови та інтегральних характеристик ключових функцій по обох складових шарах. У результаті вихідні початково-крайові задачі на визначальні функції зведено до задач Коші на їх інтегральні (сумарні по пакету шарів) характеристики. З використанням перетворень Лапласа за часом записано загальні розв'язки цих задач за однорідної нестаціонарної електромагнітної дії. Числово проаналізовано за технологічної обробки електромагнітним імпульсом зміну в часі радіальних і азимутальних напружень та інтенсивності напружень, а також досліджено роботоздатність і властивості контактного з'єднання біметалевого сферичного елемента.

Ключові слова. Біметалевий сферичний елемент, електромагнітна обробка, електромагнітний імпульс, термомеханічна поведінка, роботоздатність.

Вступ. У сучасних механізмах і пристроях широко використовують кусково-однорідні електропровідні структурні елементи, які перебувають в умовах багатофакторних навантажень [1]. Одним з таких елементів, особливо в електромагнітних перехідниках, є біметалевий сферичний елемент, який в процесі виготовлення та експлуатації зазнає впливу імпульсних електромагнітних полів (ЕМП) [2-4]. Від збереження його роботоздатності залежить надійність роботи відповідних пристроїв, які містять біметалеві сферичні елементи [2, 5].

В літературі відомі дослідження термонапруженого стану та несучої здатності однорідних тіл канонічної форми за нестаціонарних силових і теплових дій [6-9]. У монографії [10] вивчено термопружний стан однорідних електропровідних тіл за індукційного нагріву усталеними та квазіусталеними ЕМП. У працях [11, 12] вивчено термонапружения стан однорідних електропровідних тіл канонічної форм за

дії електромагнітного імпульсу (ЕМІ) та електропровідних тіл з плоскопаралельними межами за дії імпульсних ЕМП з модуляцією амплітуди. У статтях [13, 14] розглянуто термонапружений стан біметалевого шару за імпульсної електромагнітної з модуляцією амплітуди та за дії електромагнітного імпульсу. Проте недостатньо вивчено термомеханічну поведінку біметалевого сферичного елемента за дії ЕМІ.

В даній роботі здійснено математичне моделювання термомеханічної поведінки біметалевого сферичного елемента за дії однорідного нестаціонарного ЕМП. Числово проаналізовано за дії ЕМІ зміну в часі радіальних і азимутальних напружень та інтенсивності напружень, а також досліджено несучу здатність і властивості контактного з'єднання біметалевого сферичного елемента.

1. Формулювання задачі та розрахункова модель

Розглядається біметалевий сферичний елемент з внутрішнім $r = r_0$ і зовнішнім $r = r_2$ радіусами, віднесений до сферичної системи координат (r, φ, θ), центр O якої співпадає з центром елемента. Матеріали складових шарів елемента однорідні ізотропні неферомагнітні, а їх фізико-механічні характеристики постійні. Елемент перебуває за дії нестаціонарного ЕМП, заданого значеннями азимутальної компоненти $H_\varphi^{(n)}$ вектора напруженості магнітного поля $\vec{H}^{(n)} = \{0; H_\varphi^{(n)}; 0\}$ на його внутрішній і зовнішній поверхнях, які теплоізольовані від довкілля і вільні від зовнішнього силового поверхневого навантаження. На поверхні $r = r_1$ з'єднання складових шарів елемента виконуються умови ідеальних електромагнітного, теплового і механічного контактів [10, 15]. Всі визначальні функції задачі – компонента $H_\varphi^{(n)}(r,t)$ вектора $\vec{H}^{(n)}$, температура $T^{(n)}(r,t)$ та відмінна від нуля радіальна компонента $u_r^{(n)}(r,t)$ вектора переміщень $\vec{u}^{(n)} = \{u_r^{(n)}; 0; 0\}$ - є функціями радіальної координати r та часу t.

Розрахункова схема визначення термонапруженого стану елемента за дії імпульсного ЕМП складається з трьох етапів [10, 15]. На першому етапі зі співвідношень Максвелла визначається нестаціонарне ЕМП, яке описується вектором $\vec{H}^{(n)}$, та зумовлені ним тепло Джоуля $Q^{(n)}$ і пондеромоторні сили $\vec{F}^{(n)}$ в кожному n-му $(n = 1,2)$ складовому шарі за врахування заданих граничних і контактних умов. На другому етапі з рівняння теплопровідності, в якому тепло Джоуля $Q^{(n)}$ є об'ємним джерелом тепла, визначається нестаціонарне температурне поле $T^{(n)}$ за конвективного теплообміну з довкіллям і заданих контактних умов. На третьому етапі з рівнянь динамічної термопружності за знайденими температурою $T^{(n)}$ та пондеромоторною силою $\vec{F}^{(n)}$ визначаємо вектор переміщень $\vec{u}^{(n)}$ та тензор динамічних напружень $\hat{\sigma}^{(n)}$ за заданих граничних і контактних умов.

Для оцінки несучої здатності елемента визначаємо інтенсивності $\sigma_i^{(n)}$ в n-му шарі сумарних напружень

$$\sigma_{jj}^{(n)} = \sigma_{jj}^{(n)Q} + \sigma_{jj}^{(n)F} \quad \left(j = r, \varphi, \theta\right), \tag{1}$$

які обчислюється за формулою [16]

$$\sigma_i^{(n)} = \sqrt{(3I_2(\hat{\sigma}^{(n)}) - I_1^2(\hat{\sigma}^{(n)}))/2}\,, \tag{2}$$

і порівнюємо їх величину з межею пружності $\sigma_d^{(n)}$ матеріалу n-го шару. Тут $\sigma_{jj}^{(n)Q}$ і $\sigma_{jj}^{(n)F}$- напруження, зумовлені теплом Джоуля $Q^{(n)}$ і пондеромоторною силою $\vec{F}^{(n)}$, $I_j\left(\hat{\sigma}^{(n)}\right)$ $(j=1,2)$ – j-й інваріант тензора напружень $\hat{\sigma}^{(n)}$.

Біметалевий сферичний елемент зберігає несучу здатність, якщо в обох його шарах виконується умова [15]

$$\sigma_i^{(n)} < \sigma_d^{(n)}. \tag{3}$$

Відповідно властивості контактного з'єднання зберігаються за виконання на поверхні $r = r_1$ з'єднання складових шарів елемента умови

$$\sigma_i^{(n)} < \sigma_M\,, \tag{4}$$

де σ_M – межа міцності контактного з'єднання.

Згідно вибраної розрахункової схеми розглянемо послідовно визначення ЕМП, температури та термонапруженого стану біметалевого сферичного елемента.

2. Вихідні рівняння та співвідношення

2.1. Визначення ЕМП. Азимутальна компонента $H_\varphi^{(n)}(r,t)$ вектора $\vec{H}^{(n)}$ в кожному n-му складовому шарі елемента визначається з рівняння [11]

$$\frac{\partial^2 H_\varphi^{(n)}}{\partial r^2} + \frac{2}{r}\frac{\partial H_\varphi^{(n)}}{\partial r} - \sigma_n \mu_n \frac{\partial H_\varphi^{(n)}}{\partial t} = 0 \tag{5}$$

за граничних умов на внутрішній і зовнішній поверхнях елемента

$$H_\varphi^{(1)}(r_0,t) = H_\varphi^{-}(t), \quad H_\varphi^{(2)}(r_2,t) = H_\varphi^{+}(t) \tag{6}$$

та умов ідеального електромагнітного контакту на поверхні з'єднання шарів елемента

$$H_\varphi^{(1)}(r_1,t) = H_\varphi^{(2)}(r_1,t), \quad \frac{\partial H_\varphi^{(1)}(r_1,t)}{\partial r} + \frac{H_\varphi^{(1)}(r_1,t)}{r_1} = k_\sigma\left(\frac{\partial H_\varphi^{(2)}(r_1,t)}{\partial r} + \frac{H_\varphi^{(2)}(r_1,t)}{r_1}\right), \tag{7}$$

а також початкових умов

$$H_\varphi^{(n)}(r,0) = 0\,. \tag{8}$$

Тут σ_n - коефіцієнт електропровідності, μ_n - магнітна проникливість матеріалу n-го шару елемента, $k_\sigma = \sigma_1/\sigma_2$, t – час.

За знайденою функцією $H_\varphi^{(n)}(r,t)$ питомі густини тепла Джоуля $Q^{(n)}(r,t)$ та пондеромоторної сили $\vec{F}^{(n)} = \left\{ F_r^{(n)}(r,t); 0; 0 \right\}$ визначаються за формулами

$$Q^{(n)} = \frac{1}{\sigma_n}\left(\frac{\partial H_\varphi^{(n)}}{\partial r} + \frac{H_\varphi^{(n)}}{r} \right)^2, \quad F_r^{(n)} = -\mu_n \left(\frac{\partial H_\varphi^{(n)}}{\partial r} + \frac{H_\varphi^{(n)}}{r} \right) H_\varphi^{(n)}. \tag{9}$$

2.2. Визначення температурного поля. На другому етапі за знайденою питомою густиною тепла Джоуля $Q^{(n)}(r,t)$ визначаємо розподіл температури $T^{(n)}(r,t)$ в кожному n-му шарі елемента з рівняння теплопровідності [7,11]

$$\frac{\partial^2 T^{(n)}}{\partial r^2} + \frac{2}{r}\frac{\partial T^{(n)}}{\partial r} - \frac{1}{\kappa_n}\frac{\partial T^{(n)}}{\partial t} = -\frac{Q^{(n)}}{\lambda_n}, \tag{10}$$

за крайових умов теплоізоляції на внутрішній і зовнішній поверхнях елемента

$$\frac{\partial T^{(1)}(r_0,t)}{\partial r} = 0, \quad \frac{\partial T^{(2)}(r_2,t)}{\partial r} = 0 \tag{11}$$

та умов ідеального теплового контакту на поверхні з’єднання його складових шарів

$$T^{(1)}(r_1,t) = T^{(2)}(r_1,t), \quad \frac{\partial T^{(1)}(r_1,t)}{\partial r} = k_\lambda \frac{\partial T^{(2)}(r_1,t)}{\partial r}, \tag{12}$$

а також за початкових умов

$$T^{(n)}(r,0) = 0. \tag{13}$$

Тут κ_n, λ_n - коефіцієнти температуро- і теплопровідності матеріалу n-го шару елемента, $k_\lambda = \lambda_2/\lambda_1$.

2.3. Визначення термонапруженого стану. Для визначення відмінних від нуля радіальної $\sigma_{rr}^{(n)}$, азимутальної $\sigma_{\varphi\varphi}^{(n)}$ та меридіанної $\sigma_{\theta\theta}^{(n)}$ компонент тензора динамічних напружень $\hat{\sigma}^{(n)}(r,t)$ в кожному n-му шарі елемента за вихідну вибираємо систему рівнянь центрально-симетричної задачі термопружності в переміщеннях. Тоді радіальна компонента $u_r^{(n)}(r,t)$ вектора переміщень в n-му шарі елемента визначається з рівняння [7, 9]

$$\frac{\partial^2 u_r^{(n)}}{\partial r^2} + \frac{2}{r}\frac{\partial u_r^{(n)}}{\partial r} - \frac{2}{r^2}u_r^{(n)} - \frac{1}{c_n^2}\frac{\partial^2 u_r^{(n)}}{\partial t^2} = \alpha_n \frac{1+\nu_n}{1-\nu_n}\frac{\partial T^{(n)}}{\partial r} - \frac{(1+\nu_n)(1-2\nu_n)}{E_n(1-\nu_n)}F_r^{(n)} \tag{14}$$

за крайових умов на внутрішній і зовнішній поверхнях елемента

$$\frac{\partial u_r^{(1)}(r_0,t)}{\partial r}+\frac{\nu_1}{1-\nu_1}\frac{2}{r_0}u_r^{(1)}(r_0,t)=\alpha_1\frac{1+\nu_1}{1-\nu_1}T^{(1)}(r_0,t), \tag{15}$$

$$\frac{\partial u_r^{(2)}(r_2,t)}{\partial r}+\frac{\nu_2}{1-\nu_2}\frac{2}{r_2}u_r^{(2)}(r_2,t)=\alpha_2\frac{1+\nu_2}{1-\nu_2}T^{(2)}(r_2,t),$$

умов ідеального механічного контакту на поверхні з'єднання її шарів

$$u_r{}^{(1)}(r_1,t)=u^{(2)}(r_1,t), \tag{16}$$

$$(1-\nu_1)\frac{\partial u_r^{(1)}(r_1,t)}{\partial r}+\nu_1\frac{2}{r_1}u_r^{(1)}(r_1,t)-\alpha_1(1+\nu_1)T^{(1)}(r_1,t)=$$

$$=k_E\left[(1-\nu_2)\frac{\partial u_r^{(2)}(r_1,t)}{\partial r}+\nu_1\frac{2}{r_1}u_r^{(2)}(r_1,t)-\alpha_2(1+\nu_2)T^{(2)}(r_1,t)\right],$$

а також за початкових умов

$$u_r{}^{(n)}(r,0)=0,\quad \frac{\partial u_r{}^{(n)}(r,0)}{\partial r}=0. \tag{17}$$

Тут $c_{1n}=\left(E_n(1-\nu_n)/\left(\rho_n(1+\nu_n)(1-2\nu_n)\right)\right)^{-1/2}$ - швидкість пружної хвилі розширення в n-му шарі елемента при його ізотермічній деформації; α_n, ν_n - коефіцієнти лінійного теплового розширення та Пуассона, E_n - модуль Юнга, ρ_n - густина матеріалу n-го шару, $k_E=\mathrm{E}_2/\mathrm{E}_1$. За знайденою компонентою $u_r^{(n)}(r,t)$ вектора переміщень $\vec{u}^{(n)}$ визначаємо компоненти $\sigma_{jj}^{(n)}$ тензора напружень $\hat{\sigma}^{(n)}$ в n-му шарі елемента за формулами [7,9]

$$\sigma_{rr}^{(n)}=\frac{\mathrm{E_n}}{(1+\nu_n)(1-2\nu_n)}\left[(1-\nu_n)\frac{\partial u_r^{(n)}}{\partial r}+\nu_n\frac{2}{r}u_r^{(n)}-\alpha_n(1+\nu_n)T^{(n)}\right], \tag{18}$$

$$\sigma_{\varphi\varphi}^{(n)}=\sigma_{\theta\theta}^{(n)}=\frac{\mathrm{E_n}}{(1+\nu_n)(1-2\nu_n)}\left[\nu_n\frac{\partial u_r^{(n)}}{\partial r}+\frac{u_r^{(n)}}{r}-\alpha_n(1+\nu_n)T^{(n)}\right].$$

За відомими сумарними переміщеннями $u_r^{(n)}$ і напруженнями $\sigma_{jj}^{(n)}$ записуємо інтенсивності напружень $\sigma_i^{(n)}$ в n-му шарі елемента, які будуть

$$\sigma_i^{(n)}=\left|\sigma_{rr}^{(n)}-\sigma_{\varphi\varphi}^{(n)}\right|. \tag{19}$$

3. Методика побудови розв'язків початково-крайових задач.

Для розв'язування сформульованих початково-крайових задач електродинаміки, теплопровідності і термопружності стосовно визначальних функцій

$\Phi^{(n)} = \left\{H_\varphi^{(n)}(r,t),\ T^{(n)}(r,t),\ u_r^{(n)}(r,t)\right\}$ апроксимуємо їх розподіли за радіальною змінною r в n - му шарі елемента квадратичними многочленами [13-15]

$$\Phi^{(n)}(r,t) = \sum_{i=0}^{2} a_i^{\Phi(n)}(t)\, r^i \ . \tag{20}$$

Коефіцієнти $a_i^{\Phi(n)}(t)$ апроксимаційних поліномів (20) визначаємо через інтегральні (сумарні по пакету шарів елемента) характеристики $\Phi_s(t)$ ключових функцій $\Phi^{(n)}(r,t)$

$$\Phi_s(t) = \sum_{n=1}^{2} \int_{r_{n-1}}^{r_n} \Phi^{(n)}(r,t) r^{s+l} d\gamma\ , \quad s = 1,2 \tag{21}$$

та задані крайові умови на внутрішній і зовнішній поверхнях і на поверхні з'єднання шарів елемента. Тут $l = 0$ для визначення $H_\varphi^{(n)}(r,t)$, $T^{(n)}(r,t)$ і $l = 1$ для визначення $u_r^{(n)}(r,t)$.

Для знаходження інтегральних характеристик $\Phi_s(t)$ вихідні рівняння (5), (10), (14) інтегруємо відповідно до (21) за врахування виразів (20). В результаті вихідні початково-крайові задачі на ключові функції зведено до відповідних задач Коші на інтегральні характеристики цих функцій, які описуються системами рівнянь

$$\begin{cases} \dfrac{dH_1(t)}{dt} - d_1 H_1(t) - d_2 H_2(t) = d_3 H_\varphi^-(t) + d_4 H_\varphi^+(t) \\ \dfrac{dH_2(t)}{dt} - d_5 H_1(t) - d_6 H_2(t) = d_7 H_\varphi^-(t) + d_8 H_\varphi^+(t), \end{cases} \tag{22}$$

$$\begin{cases} \dfrac{dT_1}{dt} + d_1^T T_1 + d_2^T T_2 = Q_1^*(t) \\ \dfrac{dT_2}{dt} + d_3^T T_1 + d_4^T T_2 = Q_2^*(t), \end{cases} \tag{23}$$

$$\begin{cases} \dfrac{d^2 u_{r1}}{dt^2} - d_1^* u_{r1} - d_2^* u_{r2} = W_1^*(t) \\ \dfrac{d^2 u_{r2}}{dt^2} - d_6^* u_{r1} - d_7^* u_{r2} = W_2^*(t). \end{cases} \tag{24}$$

Тут коефіцієнти $d_{1\div 8}$, $d_{1\div 4}^T$, $d_{1\div 4}^*$ визначаються через геометричні параметри та фізико-механічні характеристики складових шарів елемента, $Q_s^*(t)$, $W_s^*(t)$ ($s = 1,2$) – праві частини рівнянь (10) і (14), проінтегровані відповідно до (21) з урахуванням виразів $T^{(n)}$ і $F_r^{(n)}$ на поверхні з'єднання шарів.

Системи (22)-(24) розв'язуються з використанням інтегрального перетворення Лапласа за початкових умов, що відповідають заданим початковим умовам (8), (13), (17) на ключові функції.

Розв'язки задач Коші (22)-(24) за однорідної нестаціонарної електромагнітної дії подаємо у вигляді згорток функцій, що описують задані крайові умови та однорідні розв'язки цих задач.

Отримуємо вирази компоненти $H_{\varphi}^{(n)}(r,t)$

$$H_{\varphi}^{(n)}(r,t)=\sum_{i=0}^{2}\left\{\sum_{s=1}^{2}a_{is}^{(n)}\sum_{k=1}^{2}\int_{0}^{t}\left[A_{s1}(k)H_{\varphi}^{-}(\tau)+A_{s2}(k)H_{\varphi}^{+}(\tau)\right]e^{p_k(t-\tau)}d\tau+\right.$$

$$\left.+a_{i3}^{(n)}H_{\varphi}^{-}(t)+a_{i4}^{(n)}H_{\varphi}^{+}(t)\right\}r^{i}, \qquad (25)$$

температури $T^{(n)}(r,t)$

$$T^{(n)}(r,t)=\sum_{k=0}^{2}\sum_{s=1}^{2}\left(b_{ks}^{(n)}\sum_{m=1}^{2}\int_{0}^{t}\left[B_{s1}(m)W_1^{Q}(\tau)+B_{s2}(m)W_2^{Q}(\tau)\right]e^{p_m(t-\tau)}d\tau\right)r^{k} \qquad (26)$$

та складників $u_r^{(n)Q}(r,t)$ і $u_r^{(n)F}(r,t)$ радіальної компоненти $u_r^{(n)}(r,t)$ вектора переміщень $\vec{u}^{(n)}$

$$u_r^{(n)}(r,t)=\sum_{i=0}^{2}\left\{\sum_{s=1}^{2}c_{is}^{(n)}\sum_{k=1}^{4}\int_{0}^{t}\left[R_{s1}^{*}(k)W_1^{*}(\tau)+R_{s2}^{*}(k)W_2^{*}(\tau)\right]e^{p_k(t-\tau)}d\tau\right\}r^{i}. \qquad (27)$$

За відомими виразами (27) функцій $u_r^{(n)}(r,t)$ зі співвідношень (18) визначаємо радіальні $\sigma_{rr}^{(n)}$, азимутальні $\sigma_{\varphi\varphi}^{(n)}$ і меридіанні $\sigma_{\theta\theta}^{(n)}$ компоненти тензора напружень та інтенсивності напружень $\sigma_i^{(n)}$ у біметалевому сферичному елементі.

4. Числовий аналіз за дії електромагнітного імпульсу

Дія ЕМІ математично описується функцією $H_{\varphi}^{\pm}(t)$ у вигляді [11, 12]

$$H_{\varphi}^{\pm}(t)=k_0H_0\left(e^{-\beta_1 t}-e^{-\beta_2 t}\right). \qquad (28)$$

Тут k_0 - нормувальний множник, β_1 і β_2 – параметри, що характеризують відповідно часи фронтів наростання t_{incr} і спадання t_{decr} ЕМІ тривалості t_i, H_0 - максимальне значення напруженості магнітного поля в імпульсі.

Підставляючи вираз (28) у формули (25)-(27), записуємо розв'язки задачі термомеханіки для розглядуваного біметалевого сферичного елемента за дії ЕМІ.

Проаналізовано термонапружений стан і несучу здатність біметалевого сферичного елемента з радіусами поверхонь $r_0=8\,мм$, $r_1=9\,мм$, $r_2=10\,мм$,

складові шари якого виготовлені із нержавної сталі і міді. Характеристики ЕМІ приймались рівними $t_i = 10^{-4}$ с, 10^{-3} с, $\beta_1 = 6{,}9/t_i$, $\beta_2 = 2\beta_1$, $k_0 = 4$, $\sigma_d = 300\ МПа$ – для сталі і $\sigma_d = 70\ МПа$ – для міді, $\sigma_M = 230 - 250\ МПа$ [17].

На рис. 1–3 показано зміну в часі складників радіальних $\sigma_{rr}^{(n)}$ і азимутальних $\sigma_{\phi\phi}^{(n)}$ напружень та інтенсивностей напружень $\sigma_i^{(n)}$ у сталевому (1) і мідному (2) шарах елемента на поверхні їх з'єднання.

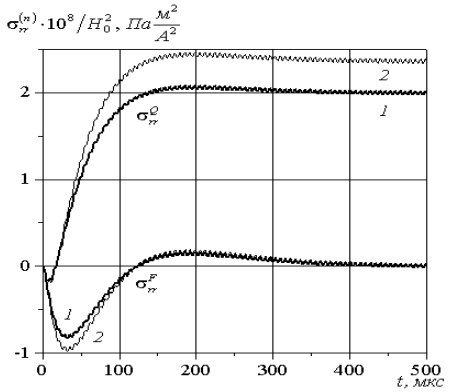

Рис. 1. Зміна в часі радіальних напружень на поверхні з'єднання сталевого і мідного шарів.

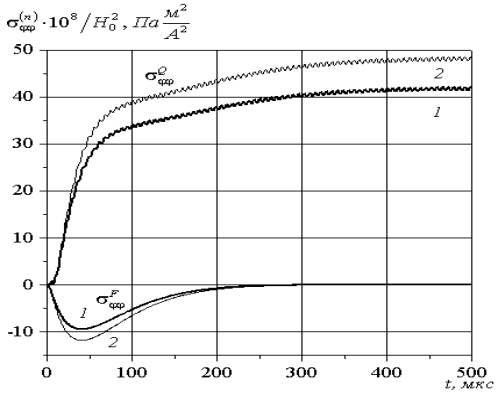

Рис. 2. Зміна в часі азимутальних напружень на поверхні з'єднання сталевого і мідного шарів

На рис.4 подано залежності максимальних значень $\sigma_{i\max}^{(n)}$ інтенсивностей напружень в *n*-му шарі від величини H_0 за різних тривалостей ЕМІ.

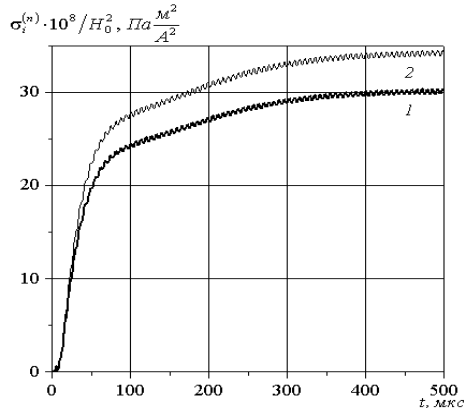

Рис. 3. Зміна в часі інтенсивностей напружень на поверхні з'єднання сталевого і мідного шарів.

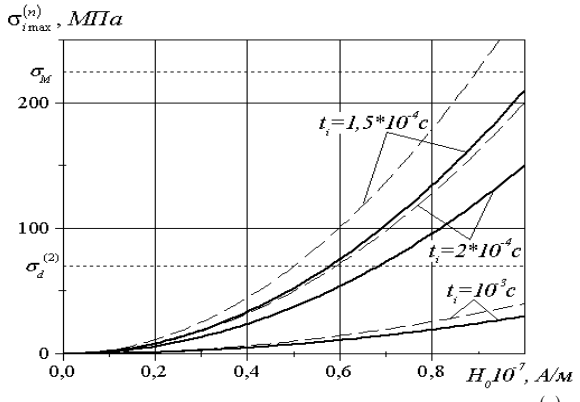

Рис. 4. Залежність максимальних значень $\sigma_{i\max}^{(n)}$ інтенсивностей напружень від величини H_0 напруженості магнітного поля

З аналізу наведених на рис. 4 залежностей отримано, що роботоздатність розглядуваного біметалевого сферичного елемента за його технологічної обробки ЕМІ втрачається при $t_i \le 1{,}5 \cdot 10^{-4}$ с. Відповідно при $t_i \le 1{,}5 \cdot 10^{-4}$ с також втрачаються і властивості контактного з'єднання.

5. Висновки

Запропоновано методику побудови загальних розв'язків початково-крайових задач електродинаміки, теплопровідності і термопружності для біметалевого сферичного елемента. Методика використовує апроксимацію всіх ключових функцій (азимутальної компоненти вектора напруженості магнітного поля, температури та радіальної компоненти вектора переміщень) в кожному складовому шарі елемента по радіальній змінній квадратичними поліномами. У результаті вихідні початково-крайові задачі на визначальні функції зведено до задач Коші на їх інтегральні характеристики. Розв'язки цих задач за однорідної нестаціонарної електромагнітної дії знайдено з допомогою перетворення Лапласа у вигляді згорток функцій, що описують задані крайові умови та однорідні розв'язки. Чисельно проаналізовано радіальні і азимутальні напруження та інтенсивності напружень за технологічної обробки біметалевого сферичного елемента з допомогою ЕМІ.

Виявлено закономірності термомеханічної поведінки розглядуваного елемента за дії ЕМІ і встановлено граничні значення параметрів ЕМІ, за перевищення яких біметалевий сферичний елемент втрачає роботоздатність та властивості контактного з'єднання.

Література

1. F. Matthews, R. Rawlings, Composite materials: engineering and science. London: Chapman&Hall, 1994, pp. 20–46.
2. Батыгин Ю.В., Лавинский В.И., Хименко Л.Т. Импульсные магнитные поля для прогрессивных технологий – Харьков: МОСТ – Торнадо, 2003. – 288 с.
3. G.A.Shneerson, M.I.Dolotenko, S.I.Krivosheev, Strong and Superstrong Pulsed Magnetic Fields Generation. De Gruyter, 2010.
4. F. Herlach. Pulsed Magnets, Rep. Prog. Phys. 62 (6), 1999, pp. 859–920.
5. Suneet Singh, Prashant K. Jain, Rizwan-uddin. Analytical Solution for Three-Dimensional, Unsteady Heat Conduction in a Multilayer Sphere J. Heat Transfer. Oct 2016, 138(10): 101301 (11 p.)
6. И.А. Мотовиловец, В.И. Козлов. Механика связанных полей в элементах конструкций, т.1: Термоупругость. – К.: Наук. думка, 1987. – 264 с.
7. Подстригач Я.С., Коляно Ю.М. Обобщенная термомеханика. - Киев: Наукова думка, 1976. - 312 с.
8. Лурье А.И. Теория упругости. – М.: Наука, 1970. – 940с.
9. Грибанов В.Ф., Паничкин Н.Г. Связанные и динамические задачи термоупругости.- М.:Машиностроение, 1984- 184 с.
10. Я.С. Подстригач, Я.И. Бурак, А.Р. Гачкевич, Л.В. Чернявская Термоупругость электропроводных тел. – К.: Наук. думка, 1977. – 248 с.
11. Мусій Р. С. Динамічні задачі термомеханіки електропровідних тіл канонічної форми. – Львів: Вид-во «Растр-7», 2010. – 216 с.
12. Гачкевич О. Р., Мусій Р. С., Тарлаковський Д.В. Термомеханіка неферомагнетних електропровідних тіл за дії імпульсних електромагнетних полів з модуляцією амплітуди. – Львів: СПОЛОМ, 2011. – 216 с.
13. Hachkevych O.R., Musij R., Melnyk N., Szymczak J. Rearing capability of bimetallic plate at effect of pulse electromagnetic field with amplitude modulation // Optimization of manufacturing processes and

work environ-ment/ Ed/ by M.Gajek/. Studia i monografie z. 276. Ch. 6. Opole: Oficyna Wydawnicza Politechniki Opolskiej. 2010. – Pp. 57-70.

14. Musii R., Melnyk N., Dmytruk V. Mathematical modeling and study of thermoelastic behavior of a bimetallic layer with plane-parallel boundaries under the action of electromagnetic pulses // Journal of thermal stresses, 2021. Vol. 44, no. 10, P. 1275–1288.
15. R.Musii, N.Melnyk, V.Dmytruk, Thermoelastic processes analyzer for piecewise homogeneous conductive structures subjected to pulsed electromagnetic action, Journal of Thermal Stresses, 41 (9), 2018, pp. 1125–1135.
16. Ионов В.Н., Огибалов П.М. Напряжения в телах при импульсивном нагружении. – М.: Высш. школа, 1975. – 463 с.
17. Баженов В.Г., Петров М.В. О применении магнитоимпульсного способа деформирования для исследования вязкопластических характеристик материалов. // Прикладные проблемы прочности и пластичности. Методы решения задач упругости и пластичности. Всесоюз. межвуз. сб. Горьк. ун-та, – 1980. – С. 18-25.

Mathematical modeling and analysis of the thermomechanical behavior of a bimetallic spherical element during technological processing with an electromagnetic impulse

Roman Musij, Nataliya Melnyk, Oksana Oryshchyn, Valentyn Shynder

The initial-boundary problem of thermomechanics for a bimetallic spherical element under homogenous non-stationary electromagnetic action is formulated. The azimuthal component of the magnetic field strength vector, temperature, and the radial component of the displacement vector were selected as key functions. To find the key functions, the approximation of their distributions in the constituent layers of the spherical element by quadratic polynomials in the radial variable is proposed. This approximation makes it possible to accurately satisfy the specified boundary conditions both on the surfaces of this element and on the surface of the connection of the component layers, where ideal electromagnetic, thermal and mechanical contacts take place. The coefficients of the polynomials approximating the key functions in the component layers of the spherical element are given by a linear combination of functions describing all given boundary conditions and integral characteristics of the key functions on both component layers. As a result, the original initial-boundary value problems for the defining functions are reduced to Cauchy problems for their integral (summed over the package of layers) characteristics. With the use of Laplace transformation in time, the general solutions of these problems under homogeneous non-stationary electromagnetic action are recorded. The change in time of radial and azimuthal stresses and stress intensity was numerically analyzed by technological processing with an electromagnetic impulse, as well as the performance and properties of the contact connection of the bimetallic spherical element were investigated.

Отримано 23.06.22.