

Математичне моделювання температурного поля земної кори над нафтогазовими родовищами

Михайло Семерак¹, Ганна Лянце²

¹д.т.н., професор, Національний університет «Львівська політехніка», вул.С. Бандери, 12, Львів, 79013, e-mail:msemerak@ukr.

²к.т.н., Центр математичного моделювання Інституту прикладних проблем механіки і математики ім.Я.С.Підстригача НАН України, вул.Дж.Дудаєва, 15, Львів, 79005, e-mail:lance@cmm.lviv.ua

При геотермічних дослідженнях над нафтогазовими родовищами в приповерхневих шарах земної кори виявлено температурні аномалії. В роботі побудовано математичні моделі температурних полів в земній корі над нафтогазовими родовищами. Досліджено аномалії температурного поля на нейтральному шарі в залежності від глибини залягання, потужності родовища, використовуючи експериментальні дані. Також побудована математична модель земної кори з врахуванням її літологічної будови. Досліджено вплив літологічної неоднорідності шару на температурні поля на нейтральному шарі.

Ключові слова: математична модель, температурне поле, нафтогазове родовище, літологія

Вступ. При геотермічних дослідженнях над нафтогазовими родовищами в приповерхневих шарах земної кори виявлено температурні аномалії. Закономірності розподілу природного теплового поля у верхній частині земної кори зумовлені рядом причин, головними з яких є літологічний склад порід, особливості тектонічної будови і характер руху підземних вод [1, 2].

Аналіз опублікованих в літературі даних показує, що геотермічні аномалії в нафтогазових структурах в основному зумовлені як додатковим підходом тепла з надр Землі (генерація тепла в глибинних шарах, радіогенний розпад в осадових породах та ін.), так і сприятливими умовами переносу тепла. Ці умови проявляються в зв'язку з тектонічною будовою родовищ, літологічним складом порід, особливостями їх нафтогазоводонасиченістю та іншими факторами. В конкретних геологічних умовах можуть переважати ці чи інші фактори, але всіма ними керує стремління геологічних систем прийняти рівноважний стан [1].

В роботі побудовано математичні моделі температурних полів в земній корі над нафтогазовими родовищами. Використовуючи експериментальні дані, досліджено аномалії температурного поля на нейтральному шарі в залежності від глибини залягання, потужності родовища. Окремо побудована математична модель земної кори з врахуванням її літологічної будови. Досліджено вплив літологічної неоднорідності шару на температурні поля на нейтральному шарі.

Нафтогазові родовища — потужні джерела тепла — дають зміни температурного поля нейтрального шару. Нейтральний шар (на глибині 20 м) — приповерхневий шар земної кори, є нечутливим до коливань температури на поверхні Землі і всі температурні коливання в ньому пов'язані з тепловими процесами в глибинних шарах [3-9].

1. Математичні моделі температурних полів в земній корі при наявності нафтогазового родовища

Дослідження розподілу температур у нейтральному шарі над нафтогазовими родовищами методами математичного моделювання і математичної фізики представляють значний практичний інтерес.

Для дослідження впливу нафтогазового родовища на температурне поле шару над родовищем запропоновано кілька моделей [10-12].

При дослідженнях земна кора моделюється однорідним шаром товщиною B у циліндричній системі координат Orz , в якому на глибині H знаходиться нафтогазове родовище — кругове джерело тепла радіусу R змінної потужності. Вісь Oz проходить через центр джерела.

Для знаходження температурного поля в однорідному шарі земної кори розглядаємо рівняння теплопровідності з круговим джерелом тепла (нафтогазовим родовищем) змінної по r потужності:

$$\frac{\partial^2 t}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial t}{\partial r} + \frac{\partial^2 t}{\partial r^2} = -\frac{q(r)}{\lambda} \delta_-(z - H).$$

Потужність джерела задаємо в моделі кусково-однорідною функцією

$$q(r) = \sum_{i=1}^n q_i [S_-(r - R_{i-1}) - S_-(r - R_i)],$$

де $R_0 = 0, R_{i-1} < R_i \leq R, R_n = R, i = 1, \dots, n$; q_i — сталі величини, $q_i > q_{i+1}$; $S_-(r)$ — асиметрична одинична функція; $\delta_-(z)$ — дельта функція Дірака.

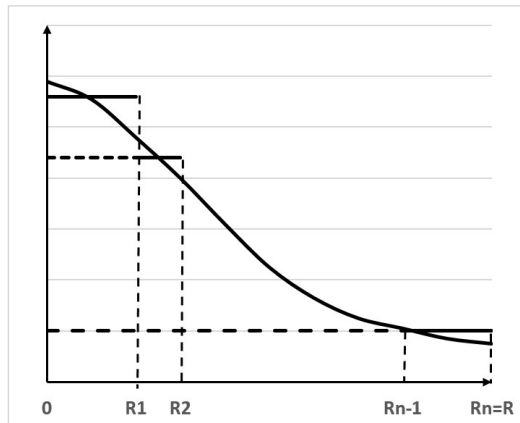


Рис. 1. Модель потужності джерела

На межах шару задаємо різні крайові умови: на верхній межі шару $z = 0$ задана стала температура T_1 або теплообмін за законом Ньютона з середовищем сталої температури T_c ; на межі шару $z = B$ задана стала температура T_2 або сталий тепловий потік p .

$$\text{I. } t|_{z=0} = T_1, t|_{z=B} = T_2;$$

$$\text{II. } \left[\alpha(t - T_c) - \lambda \frac{\partial t}{\partial z} \right]_{z=0} = 0, t|_{z=B} = T_2;$$

$$\text{III. } \left[\alpha(t - T_c) - \lambda \frac{\partial t}{\partial z} \right]_{z=0} = 0, \lambda \frac{\partial t}{\partial z} \Big|_{z=B} = p;$$

$$\text{IV. } t|_{z=0} = T_1, \lambda \frac{\partial t}{\partial z} \Big|_{z=B} = p,$$

де λ — коефіцієнт теплопровідності шару; α — коефіцієнт теплообміну з верхньої поверхні шару.

Відповідно до крайових умов досліджено чотири моделі розподілу тепла в земній корі. Отримані крайові задачі розв'язано з допомогою перетворень Ганкеля і з використанням властивостей узагальнених функцій. На основі експериментальних даних за отриманими розв'язками для всіх моделей проведено числові дослідження температурного поля в земній корі при наявності нафтогазового родовища.

Для числових досліджень температурних полів у шарі для всіх граничних умов розв'язки приведені до безрозмірної форми, за постійну приведення взято глибину нейтрального шару $D = 20$ м.

$$\zeta = \frac{z}{D}; \rho = \frac{r}{D}; \beta = \frac{B}{D}; \gamma = \frac{H}{D}; P_i = \frac{R_i}{D}.$$

Числові дослідження проводились для визначення залежності температурних аномалій над нафтогазовими родовищами від різної величини, потужності, глибини залягання родовищ.

Інтерес для практики представляє значення температурного поля на нейтральному шарі і на поверхні Землі.

На основі аналізу літературних даних [3, 7] при розрахунках використовувались наступні числові значення теплових характеристик шару:

$$\lambda = 1.67 \text{ Вт/м}\cdot\text{К}; T_c = 282 \text{ К}; T_1 = 283.5 \text{ К}; T_2 = 1573 \text{ К}; B = 10^5 \text{ м};$$

$$p = 2.93 \cdot 10^{-2} \text{ Вт/м}^2$$

На рис. 2 наведені результати числових розрахунків для різних крайових умов: крива 1 відповідає моделі I — $\zeta = 0, T_1 = 283.5 \text{ К}; \zeta = 5000, T_2 = 1573 \text{ К}$; крива 2 — моделі II: $\zeta = 0, T_1 = 282 \text{ К}, Bi = 0.18; \zeta = 5000, T_2 = 1573 \text{ К}$; крива 3 — моделі III: $\zeta = 0, T_1 = 282 \text{ К}, Bi = 0.27; \zeta = 5000, T_2 = 1573 \text{ К}, p = 2.93 \cdot 10^{-2} \text{ Вт/м}^2$.

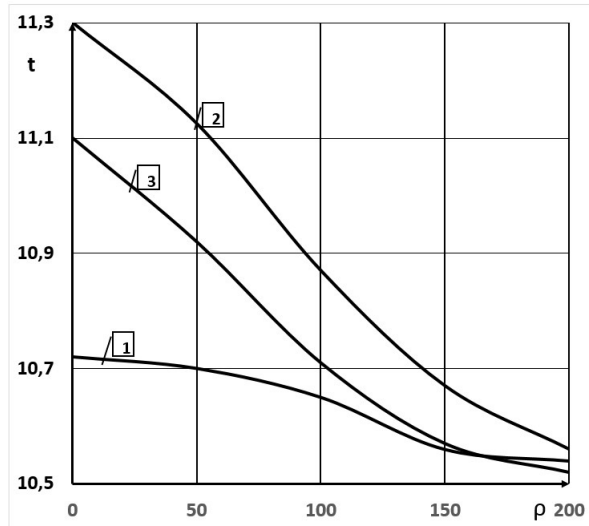


Рис.2. Залежність температури (C°) від координати ρ для різних моделей на нейтральному шарі

Розрахунки проводились на глибині нейтрального шару $\zeta=1$ при наступних значеннях параметрів: глибина залягання джерела $\zeta=50$ та радіус джерела $P_3=100$. Потужність q задана кусково-однорідною функцією з наступними значеннями параметрів: $q_1 = 3.77 \cdot 10^{-2} \text{Вт/м}^2$, $P_1 = 25$;
 $q_2 = 2.09 \cdot 10^{-2} \text{Вт/м}^2$, $P_2 = 50$; $q_3 = 0.84 \cdot 10^{-2} \text{Вт/м}^2$, $P_3 = 100$.

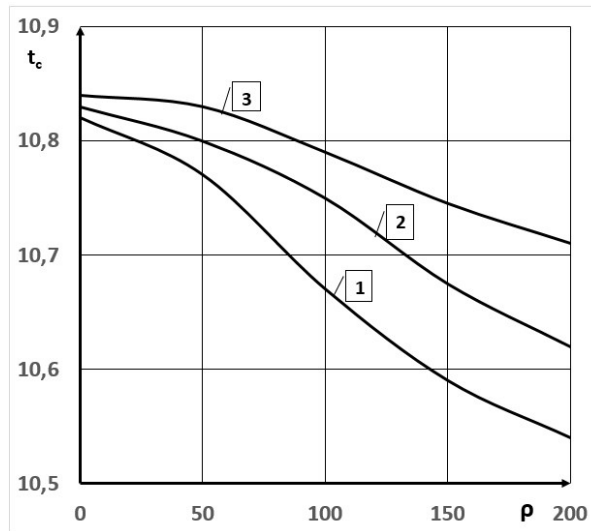


Рис.3. Залежність температури (C°) від координати ρ при різних глибинах залягання і потужності джерел.

На рис. 3 подані графіки залежності температури на нейтральному шарі від координати ρ при наявності нафтогазового родовища різного радіуса на різній глибині (радіус джерела рівний глибині залягання) для моделі II.

Крива 1 відповідає джерелу, яке знаходиться на глибині $\gamma = 100$, потужності: $q = 3.77 \cdot 10^{-2} \text{Вт/м}^2$, $0 < \rho \leq 25$; $2.09 \cdot 10^{-2} \text{Вт/м}^2$, $25 < \rho \leq 50$; $0.84 \cdot 10^{-2} \text{Вт/м}^2$, $50 < \rho \leq 100$.

Крива 2 відповідає джерелу, яке знаходиться на глибині $\gamma = 150$, потужності: $q = 3.77 \cdot 10^{-2} \text{Вт/м}^2$, $0 < \rho \leq 32.5$; $2.09 \cdot 10^{-2} \text{Вт/м}^2$, $25 < \rho \leq 75$; $0.84 \cdot 10^{-2} \text{Вт/м}^2$, $50 < \rho \leq 150$.

Крива 3 відповідає джерелу, яке знаходиться на глибині $\gamma = 250$, потужності: $q = 3.77 \cdot 10^{-2} \text{Вт/м}^2$, $0 < \rho \leq 62.5$; $2.09 \cdot 10^{-2} \text{Вт/м}^2$, $25 < \rho \leq 125$; $0.84 \cdot 10^{-2} \text{Вт/м}^2$, $50 < \rho \leq 250$.

На рис. 4. представлені криві залежності температури від глибини залягання джерела тепла на нейтральному шарі, для моделі II — $q = 3.77 \cdot 10^{-2} \text{Вт/м}^2$, $0 < \rho \leq 62.5$; $2.09 \cdot 10^{-2} \text{Вт/м}^2$, $25 < \rho \leq 125$; $0.84 \cdot 10^{-2} \text{Вт/м}^2$, $50 < \rho \leq 250$

Криві 1, 2, 3, 4 відповідають значенням параметра $\rho = 0$; 50; 100; 200.

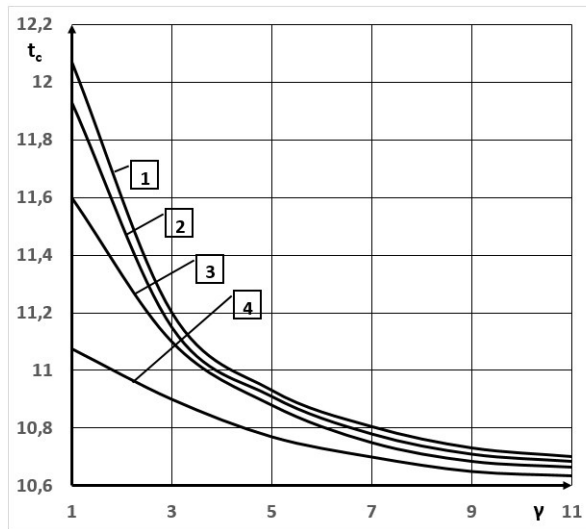


Рис.4. Залежність температури ($^{\circ}\text{C}$) від глибини залягання джерела γ на нейтральному шарі

2. Математична модель температурного поля земної кори при врахуванні її літологічного складу

При дослідженні температурного поля земної кори в попередніх моделях нехтувалась її неоднорідна структура і досліджувались температурні аномалії над нафтогазовими родовищами в залежності від їх потужності і глибини залягання в однорідному шарі.

Наступна модель враховує літологічний склад земної кори в околі нафтогазового родовища, досліджується температурне поле від літологічного складу, від порядку залягання порід.

Кожна порода має свій коефіцієнт теплопровідності і тому тепло, що йде з надр Землі по різному проводиться через ці різні пласти, і спричиняє коливання температур на нейтральному шарі. Оскільки породи в земній корі залягають пластами, то для спрощення задачі пласт кожної породи моделюється прямокутником, якому відповідає певний коефіцієнт теплопровідності λ_i [1, 8].

Розглянемо таку модель земної кори

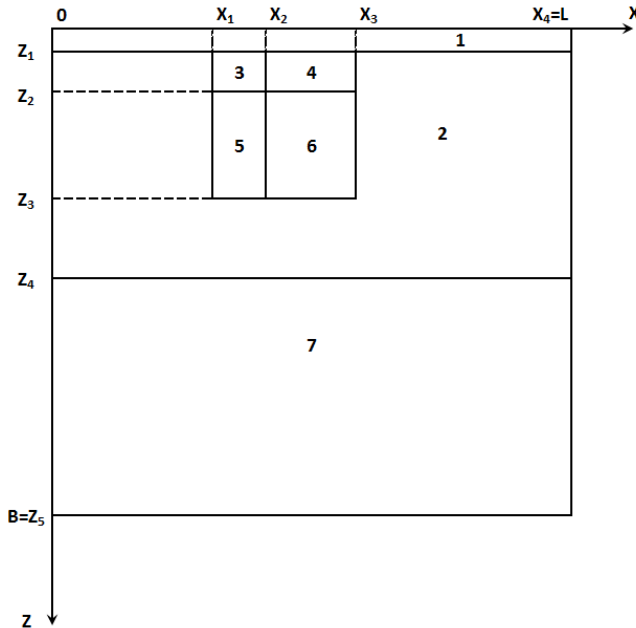


Рис.5.

Для опису температурного поля в земній корі використано двовимірне рівняння теплопровідності в декартовій системі координат Oxz зі змінним коефіцієнтом теплопровідності $\lambda_i(x, z)$. Функцію $\lambda_i(x, z)$ описуємо, як кусково-однорідну функцію з допомогою апарату асиметричних одиничних функцій.

На межах прямокутника $z = 0$ і $z = B$ задані сталі температури T_1 і T_2 , на межах $x = 0$, $x = L$ заданий лінійний розподіл температури по z , що відповідає температурному розподілу в однорідному шарі. Область з неоднорідностями розміщена достатньо далеко від меж $x = 0$, $x = L$.

Для знаходження температурного поля в неоднорідному прямокутнику маємо наступну крайову задачу

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda(x, z) \frac{\partial t}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda(x, z) \frac{\partial t}{\partial z} \right) = f(x, z),$$

$$t|_{z=0} = T_1;$$

$$t|_{z=B} = T_2;$$

$$t|_{x=0} = T_1 + \frac{T_2 - T_1}{B} z;$$

$$t|_{x=L} = T_1 + \frac{T_2 - T_1}{B} z,$$

де $f(x, z)$ — функція джерела, $\lambda(x, z)$ — коефіцієнт теплопровідності, кусково-однорідна функція, описана з допомогою одиничних функцій Хевісайда.

Для знаходження розв'язку використано метод встановлення: знайдено розв'язок еквівалентної нестационарної задачі, що прямує до врівноваження [13]. Побудовано явну різницеву схему, розв'язок якої отримано методом ітерації. Проведено розрахунок і дослідження змін температурного поля у приповерхневих шарах у залежності від літології.

При числових розрахунках, представлених на графіках, розглядається пласт товщиною $B=3000$ м і довжиною $L=6000$ м.

Границі розподілу неоднорідностей:

$z_1=150$ м, $z_2=600$ м, $z_3=1000$ м, $z_4=1200$ м; $x_1=1000$ м, $x_2=1500$ м, $x_3=3500$ м.

На границях шару $z=0$ м — $T_1=284$ К і при $z=B=3000$ м - $T_2=331.73$ К.

На рис. 6 (а, б, в, г) представлено розрахунки для двох варіантів, які відрізняються теплофізичними характеристиками (λ_i - теплопровідності і a_i - температуропровідності) в зонах 2 і 5. Для інших зон коефіцієнти однакові.

Значення теплових характеристик взяті зі спеціальної літератури [1, 3-5, 8, 14].

Для варіанту 1: $\lambda_2 = 1.45$ Вт/м·К, $a_2 = 12.5 \cdot 10^{-7}$ м²/с; $\lambda_5 = 3.35$ Вт/м·К, $a_5 = 14.8 \cdot 10^{-7}$ м²/с (криві зображені суцільною лінією).

Для варіанту 2: $\lambda_2 = 3.35$ Вт/м·К, $a_2 = 14.8 \cdot 10^{-7}$ м²/с; $\lambda_5 = 1.445$ Вт/м·К, $a_5 = 12.5 \cdot 10^{-7}$ м²/с (криві зображені пунктирною лінією).

Для решти зон задано наступні теплофізичні характеристики:

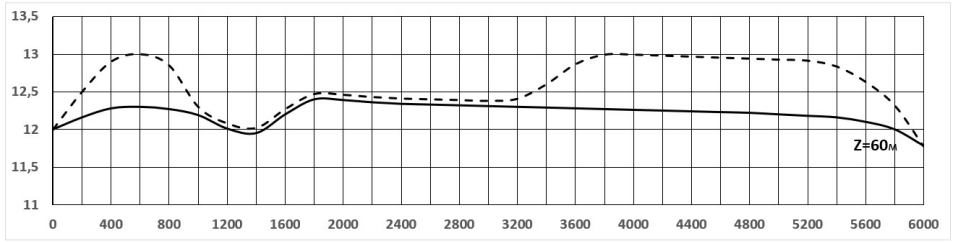
$$\lambda_1 = 1 \text{ Вт/м·К}, \quad a_1 = 12.5 \cdot 10^{-7} \text{ м}^2/\text{с};$$

$$\lambda_3 = 0.8 \text{ Вт/м·К}, \quad a_3 = 2.8 \cdot 10^{-7} \text{ м}^2/\text{с};$$

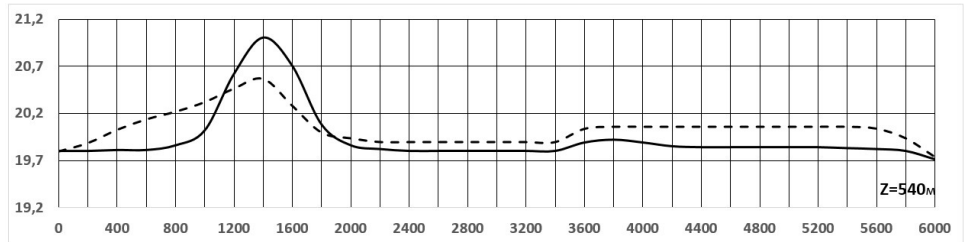
$$\lambda_4 = 1.7 \text{ Вт/м·К}, \quad a_4 = 11.57 \cdot 10^{-7} \text{ м}^2/\text{с};$$

$$\lambda_6 = 1.55 \text{ Вт/м·К}, \quad a_6 = 7.19 \cdot 10^{-7} \text{ м}^2/\text{с};$$

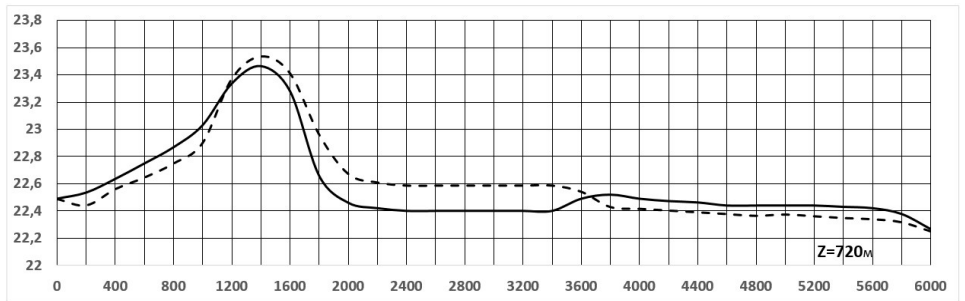
$$\lambda_7 = 2.87 \text{ Вт/м·К}, \quad a_7 = 15.69 \cdot 10^{-7} \text{ м}^2/\text{с};$$



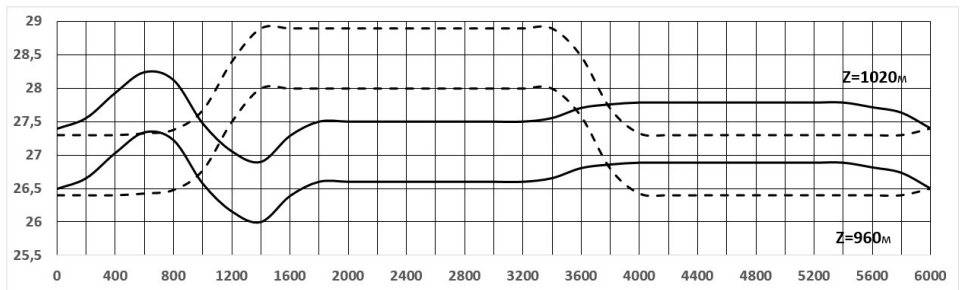
а



б



в



г

Рис. 6 (а, б, в, г). Температура ($^{\circ}\text{C}$) у приповерхневих шарах в залежності від координати x при врахуванні літології

Висновки. При аналізі числових досліджень впливу наявності нафтогазового родовища, як джерела тепла, на температурне поле приповерхневого (нейтрального шару) земної кори виявлено, що температурні аномалії приймають

найбільші значення над центром родовища і загасають з віддаленням від нього, на відстані $1.5R$ (R - радіус джерела) температура майже рівна фоновій. Зі збільшенням глибини залягання джерела величина температурної аномалії різко зменшується. При глибині розміщення джерела на глибині $H=2R$ на нейтральному шарі температурна аномалія незначна. На нейтральному шарі над джерелом тепла спостерігаються однакові максимуми температурних аномалій для різних глибин розміщення джерела при однаковій потужності, якщо виконується умова $H=2R$.

Врахування кусково-постійної потужності тепловиділяючого джерела по радіусу приводить до більш вираженого піку температурного поля над джерелом. Числові дослідження показали, що якісні характеристики температурного поля у шарі не залежать від вибору моделі.

Співставлення отриманих результатів з експериментальними даними дає їх добру відповідність.

При аналізі числових досліджень впливу літологічної неоднорідності пласта виявлено, що включення порід з відмінними коефіцієнтами теплопровідності суттєво впливають на температурний розподіл у пласті і, зокрема, на нейтральному шарі.

Літологічна неоднорідність шару може змінити температурну аномалію, викликану нафтовим родовищем в ту чи іншу сторону. Тому при геотермічних дослідженнях необхідно враховувати вплив літологічного складу порід.

Література

- [1] Дьяконов Д.И. Геотермия в нефтяной геологии. — М. Гостоптехиздат, 1958. — 277 с.
- [2] Лялько В. И., Митник М. М., Вульфсон Л. Д., Шпортюк З. М. Геотермические поиски полезных ископаемых. — К: Наукова думка, 1979. -147 с.
- [3] Кутас Р.И. Поле тепловых потоков и термическая модель земной коры. — К: Наукова думка. — 1978. — 148 с.
- [4] Кутас Р.И., Гордиенко В.В. Тепловое поле и глубинное строение Восточных Карпат. //Геофиз. сб. АН УССР, вып. 34-35 Наукова думка, Киев, 1970.
- [5] Кутас Р.И., Гордиенко В.В. Тепловое поле Украины. Наукова думка: - Киев, 1971. — 140 с.
- [6] Любимова Е.А. Источники глубинного тепла Земли и термические свойства земного шара // Проблемы глубинного теплового потока. — М.: Наука. — 1966. — С.3-30.
- [7] Любимова Е.А. Оценка распределения глубинного теплового потока для юга европейской части СССР // Проблемы глубинного теплового потока. — М.: Наука. — 1966. — С.47-74.
- [8] Яковлев Б.А. Решение задач нефтяной геологии методами термометрии. — М.: «Недра», 1979. — 143 с.
- [9] Сучасні методи дистанційного пошуку корисних копалин //За редакцією В. І. Лялька і М. О. Попова. — К: НАН України, 2017
- [10] Лянце Г.Т. Математична модель розподілу температурного поля земної кори при врахуванні неоднорідності її будови //Вісник Державного університету «Львівська політехніка». Прикладна математика. — 1998. - № 337. — С.232-234.
- [11] Лянце А.Т., Семерак М.М. Исследование температурного поля в земной коре при наличии нефтегазовых месторождений // Тезисы доклада Всесоюз. Конф. «Исследование гравитационного поля и природных ресурсов Земли космическими средствами». — Львов. — 1984. — С.120-121.

- [12] Лянце А.Т., Семерак М.М. Температурное поле в слое с источником тепла кусочно-постоянной мощности //Инженерно-физический журнал. — Минск, 1986. — 15 с.- (Деп. В ВИНТИ 11.09.85, рег. №6634-85 Деп.)
- [13] Самарский А.А., Николаев Е.С. Методы решения сеточных уравнений. — М.: Наука, 1978. — 592 с.
- [14] Проселков Ю.М. Теплопередача в скважинах. — М.: «Недра», 1975. — 223 с.

Mathematical modeling and investigation of anomalies of the temperature field of the earth's crust over oil and gas reservoirs

Mykhailo Semerak, Hanna Lyantse

In geothermal studies of oil and gas fields, temperature anomalies were found in the surface layers of the crust. In the paper, mathematical models of temperature fields of the Earth's crust over the oil and gas reservoirs have been constructed. The anomalies of the temperature field in the neutral layer depending on the depth of deposits, the capacity of the reservoir have been investigated using experimental data. A mathematical model of the Earth's crust has been also constructed taking into account its lithological structure. The influence of lithological heterogeneity of the layer on the temperature fields in the neutral layer has been investigated.

Отримано 05.03.19